Panora Math 3

Panorama des compétitions mathématiques

Coédition

CIJM

APMEP

ADIREM

ACL - KANGOUROU

Panora Math 3

Panorama des compétitions mathématiques

Une coédition…

C.I.J.M. : Comité International des Jeux Mathématiques

A.P.M.E.P. : Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

A.D.I.R.E.M. : Assemblée des Directeurs d'IREM

ACL - les Éditions du KANGOUROU

Réalisé sous la responsabilité de Jean-Christophe Deledicq, avec l'aide des organisateurs des compétitions et des relecteurs : Paul-Louis Hennequin, Claude Roger, Anne Crouzier, Martine Janvier, Serge Parpay et Marie-José Pestel.

Dessin de couverture : Raoul Raba
Coordination éditoriale : Jean-Philippe Deledicq

ISBN : 2-87694-107-4

PRÉFACE

Après Panoramath 1 et Panoramath 2, voici Panoramath 3, fruit de la collaboration entre l'APMEP, les IREM, le CIJM et ACL - les éditions du Kangourou, et expression de la vitalité des mathématiques périscolaires en France et dans quelques autres pays.

Cette publication n'aurait sans doute jamais vu le jour sans les actions décisives souvent coordonnées d'associations comme l'APMEP et le CIJM déjà citées, ANIMATH, Kangourou Sans Frontières et de nombreuses associations régionales, mais aussi d'institutions comme les IREM, les rectorats et les inspections académiques.

Comme les clubs et les ateliers, les rallyes, jeux-concours et compétitions individuelles ou collectives contribuent à développer le goût des mathématiques chez les élèves.

L'inspection générale de maths tient particulièrement à soutenir et à encourager toutes ces initiatives qui tendent ainsi à rendre les mathématiques plus proches, plus vivantes, plus réelles dans l'esprit des élèves. Selon les approches, on pratique un travail de longue haleine ou en temps limité, on agrandit son « bestiaire » mathématique, on étudie les mathématiques en situation, on apprend à résoudre des problèmes et à s'en poser, on expérimente des démarches actives et variées, ...

Cette troisième édition de Panoramath sera donc appréciée non seulement des amateurs de problèmes curieux, originaux et esthétiques, mais aussi des professeurs soucieux d'enrichir leurs choix d'exercices et de problèmes riches et motivants pour les élèves.

Claudine RUGET
Doyenne du groupe des mathématiques
Inspection Générale de l'Éducation Nationale

Comité International des Jeux Mathématiques

Le CIJM est une association créée en 1993 par des professeurs désireux de proposer au plus grand nombre une approche nouvelle de leur discipline. Le CIJM fédère plus d'une vingtaine de compétitions, intéressant ainsi plusieurs millions de personnes tant en France qu'à l'étranger. Toutes réunissent leur énergie pour proposer des activités mathématiques vivantes et créatrices. Ainsi le CIJM bénéficie pour ses activités de l'expérience de chacun de ses membres.
Aujourd'hui, le CIJM peut être fier de ses réalisations :
- Ses annales de compétitions Panoramath pour favoriser le développement des compétitions régionales.
- Ses expositions comme « Rivages Mathématiques » pour contribuer à la diffusion de la culture mathématique.
- Son site internet dynamique, pour tisser des liens étroits entre les compétitions adhérentes et les partenaires.
- Une grande fête annuelle, gratuite, ouverte à tous autour des Jeux Mathématiques.

Le Salon des jeux et de la culture mathématiques est depuis trois ans une plate forme inter-régionale de réflexion et d'échanges sur une pratique dynamique des mathématiques. Il est largement ouvert sur tous les aspects des mathématiques et propose une approche nouvelle de la culture scientifique. Il est une occasion unique pour chaque membre du CIJM de présenter et mettre en valeur ses réalisations.
Un des évènements de ce salon est la compétition internationale : la Coupe des Régions Euromath. Tout compétition régionale peut être le point d'ancrage pour la création d'une équipe Euromath et ainsi porter haut les couleurs de sa région.

Le CIJM veut encore élargir sa réflexion sur la culture mathématique. Il propose à tous, organisateur de rallyes ou de simples rencontres locales, esprit curieux et intéressé par le développement et la diffusion de la culture scientifique, de le rejoindre.

Ensemble nous serons plus fort pour faire aimer les mathématiques.

Marie José Pestel, Présidente du CIJM

CIJM, coASTS, 19 place de l'Argonne 75019 PARIS — site web : www.cijm.org
tél : 01 40 37 08 95 — fax : 01 40 37 03 45 — email : courrier@cijm.org

Les Rallyes IREM

Depuis plus de 10 ans, de nombreux IREM organisent des compétitions de type rallye. Chaque année, ces rallyes sont appréciés par de nombreux élèves et par leurs enseignants. 15 IREM (sur 27 en France) organisent de telles manifestations : au total, 150.000 élèves environ y participent chaque année. Voici nos objectifs principaux :

1. Faire vivre les mathématiques et améliorer leur image

- en valorisant imagination, dynamisme, créativité ;
- en proposant des épreuves motivantes et accessibles à tous les élèves ;
- en valorisant le travail par équipe qui permet souvent à des élèves en difficulté scolaire de contribuer efficacement à la recherche d'une solution ;
- en n'y oubliant, aux niveaux concernés, aucun type d'enseignement : Primaire, Collège, Lycée (d'enseignement général, technologique, professionnel) ;
- en valorisant les diverses manifestations du rallye : organisation, épreuves, remises des prix ;
- en y associant le plus étroitement possible les structures officielles, des acteurs de la vie politique, économique ou sociale, les télés et journaux locaux.

2. Favoriser le travail en équipe (les rallyes IREM sont le plus souvent des compétitions par équipes ou par classes)

- chez les professeurs : - le choix des sujets est effectué par chaque équipe organisatrice et donne lieu à des échanges fructueux sur le plan pédagogique.
  - l'organisation générale est également le fruit d'un travail d'équipe.
- chez les élèves : chaque classe, ou chaque équipe, grâce à une conjugaison réussie des apports et compétences individuels, fournit une seule feuille réponse.

3. Ouvrir les frontières

Il s'agit pour nous de créer des habitudes de travail en commun et d'échanges avec des pays sensibles à l'influence française.

4. Analyser ce type d'activités,

afin d'utiliser certains de leurs aspects positifs, motivants, dans l'enseignement scolaire traditionnel. Cette analyse a lieu localement, mais aussi nationalement dans le cadre de la commission inter-IREM « Rallyes ». Je tiens à remercier, à ce sujet, le Kangourou qui prend en charge les frais de fonctionnement de cette commission.

Vous trouverez dans ce livre certains sujets « choisis » de rallyes IREM. Nous serions heureux de prendre connaissance de vos éventuelles remarques, critiques...*

André ANTIBI

Responsable de la Commission inter-IREM « Rallye »

(*) André ANTIBI - IREM - Université P. Sabatier - Bât 1 R2 - 118, route de Narbonne - 31062 Toulouse cédex 4

Tél : 05 61 55 68 83 - Fax : 05 61 55 82 58 - e-mail : antibi@cict.fr

A C L - Les éditions du Kangourou

Créée en 1985 pour rééditer les articles mathématiques de la Grande encyclopédie de Diderot et d'Alembert, ACL - les éditions du Kangourou sont devenues *les éditions du Kangourou* avec le développement du « jeu-concours Kangourou » (qui réunit en 2002 près de trois millions de jeunes participants en Europe).

Plus de 50 titres sont aujourd'hui parus et proposent des mathématiques « uniques au monde » pour animer l'enseignement des mathématiques et motiver son apprentissage :

- des livres de problèmes et questions mathématiques ouverts sur la culture, l'humour et la réflexion (annales du Kangourou Écoles, Collèges, Lycées, Exo-malices, Mathématiques du club Olympique Kangourou, problèmes de rallyes, ...)
- des livres de connaissance et de recherche (encyclopédies, articles mathématiques, ...)
- des livres de « mathématiques pour tous » : jeux et découvertes mathématiques, le monde des pavages, la magie du calcul, les maths et la plume, histoires de maths, ...
- des livres ouverts sur des activités pratiques (pliages, magie, jeux, constructions de polyèdres, frises, ...).

Les activités du Kangourou proposent aussi des affiches pour les classes, des CD-Roms (Géoflash, Géoflash-Écoles, ...) et un site internet sur lequel on peut trouver des problèmes nouveaux chaque jour, des animations, une librairie, des expositions, etc...
Pour en savoir plus, consultez www.mathkang.org et... fête des maths !

André Deledicq

ACL - les éditions du Kangourou, 12 rue de l'épée de bois 75005 PARIS
internet : www.mathkang.org
e-mail : info@mathkang.org
tél. 01 43 31 40 30 - fax. 01 43 31 40 38

TABLE DES MATIÈRES

COMPÉTITIONS NATIONALES ET INTERNATIONALES

COMPÉTITIONS DÉPARTEMENTALES ET RÉGIONALES

Légende :

P = primaire, C = collège, L = lycée, S = supérieur, A = adultes.

■ = individuelle, ❒ = par classes, ● = par binômes, ❍ = par trinômes.

OLYMPIADE MATHÉMATIQUE BELGE

En 1976, à l'initiative de Francis BUEKENHOUT, professeur à l'Université Libre de Bruxelles, la Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française créait l'Olympiade Mathématique Belge (O.M.B). Le but poursuivit était triple :

- intéresser les élèves à l'activité mathématique par le biais d'une compétition, d'un grand jeu attrayant,
- proposer des problèmes qui font appel à la créativité, à l'imagination, au raisonnement,
- fournir aux enseignants un choix d'exercices non triviaux, d'un type peu fréquent dans les classes.

Dès 1977, l'épreuve se subdivise en deux catégories « Mini » et « Maxi », et en 1996, une catégorie intermédiaire, « Midi », est créée. Par son organisation, la compétition présente un caractère local, puis régional et enfin national. Mais tous les élèves sont confrontés aux mêmes difficultés puisque les questions sont préparées par un jury national.

Le jury s'efforce néanmoins de donner aux questions un caractère peu scolaire de façon à obliger les élèves à faire preuve de leur capacité à appliquer leurs connaissances et à les transposer dans des situations nouvelles.

Grâce à l'aide de « sponsors », les finalistes reçoivent de nombreux prix. Des prix spéciaux distinguent notamment les élèves les plus jeunes ayant fait preuve d'un talent mathématique précoce. Le nombre d'inscriptions a progressé de façon spectaculaire entre 1980 et 1990.

En 1996, la création de la catégorie «Midi» provoque à la fois une nouvelle augmentation du nombre des inscrits et une nouvelle répartition de ceux-ci.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1976 : Création de l'Olympiade Mathématique Belge
1977 : Division en catégories « mini » et « maxi »
1980 : Environ 2000 inscrits
1985 : Près de 5000 inscrits
Depuis 1990 : Plus de 20 000 inscrits
1996 : Création de la catégorie « midi ».

ÉPREUVES

Individuelles.
Catégories : 3
Mini : 1ère et 2ème années,
Midi : 3ème et 4ème années,
Maxi : 5ème et 6ème années secondaires.
En éliminatoire et en demi-finale : 30 questions à choix multiples. Une réponse erronée est pénalisée par rapport à une abstention.
En finale : 4 problèmes.

COMPÉTITION

Trois stades :
Épreuves locales avec qualifications pour les demi-finales régionales, puis une finale nationale.

PARTENAIRES

Calculatrices Casio,
Organismes officiels,
Éditeurs.

CONTACTS

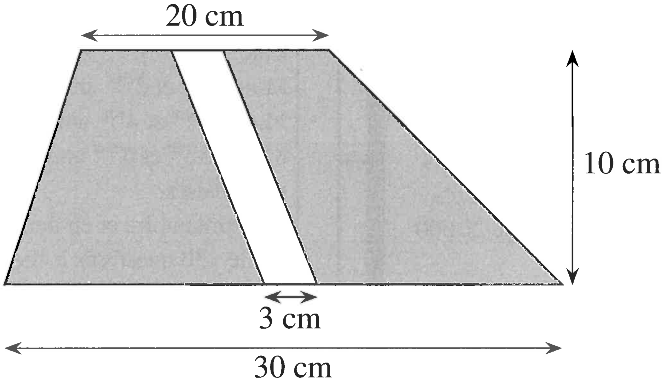
Société Belge des Professeurs de Mathématique d'expression française
Rue de la Halle 15
B 7000 Mons / Belgique
http://www.sbpm.be

Énoncés

1 - TRAPÈZE

Mini

Dans la figure (imprécise) ci-dessous, la bande blanche est délimitée par deux droites parallèles ; quelle est, en centimètres carrés, l'aire de la partie ombrée du trapèze ?

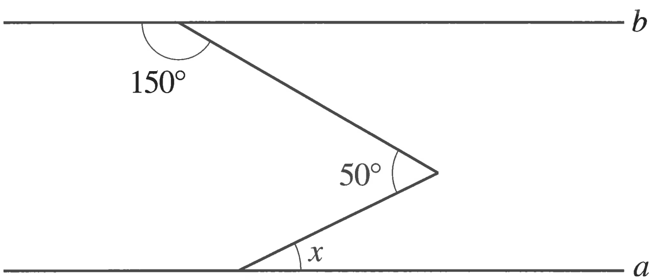


(A) 200 (B) 210 (C) 220 (D) 230 (E) 240

2 - MESURE D'UN ANGLE

Mini

Dans la figure (imprécise) ci-dessous, les droites a et b sont parallèles. Quelle est une mesure de l'angle x ?



(A) 15° (B) 20° (C) 25° (D) 30° (E) 75°

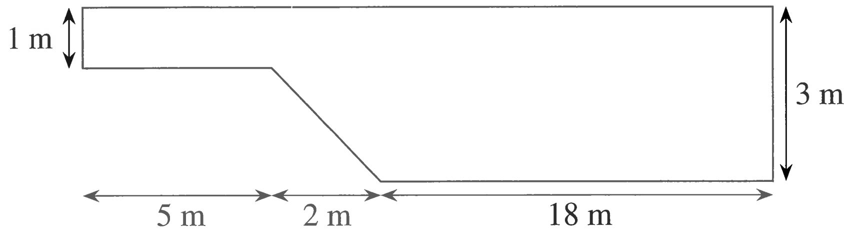
3 - PAIRE DE CHAUSSURES **Mini**

Une paire de chaussures, qui coûtait initialement 100 euros, a subi une première augmentation de 60 %.
Une seconde augmentation a ensuite amené le prix au double du prix initial.
Quel est le taux de cette seconde augmentation ?

(A) 20 % **(B)** 25 % **(C)** 40 % **(D)** 50 % **(E)** 80 %

4 - LA PISCINE **Mini**

La figure ci-dessous représente, sans respecter les proportions, le profil longitudinal d'une piscine de plan rectangulaire, dont la largeur est de 10 m.
Quelle est sa capacité ?



(A) 630 m^3 **(B)** 620 m^3 **(C)** 610 m^3 **(D)** 600 m^3
(E) une autre réponse

5 - NOMBRE DE CHIFFRES **Midi**

Quel est, dans le système décimal, le nombre de chiffres de $2^{12} . 5^8$?

(A) 9 **(B)** 10 **(C)** 11 **(D)** 12 **(E)** 13

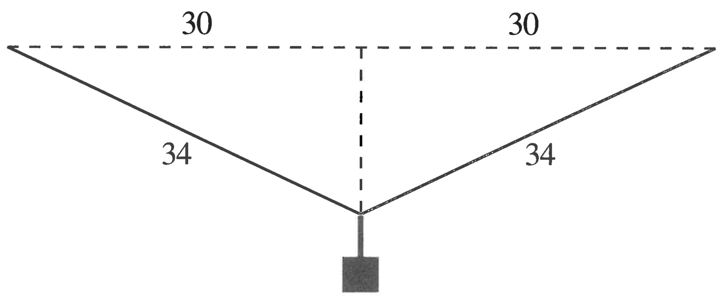
6 - DEMI-TOUR Midi

Le point A du plan a pour coordonnée (3, 8) ; quelles sont les coordonnées de son image par une rotation d'un demi-tour autour du point C = (2, 5) ?

(A) $(-3, -8)$ **(B)** $(1, 3)$ **(C)** $(-1, -3)$ **(D)** $(2, 1)$ **(E)** $(1, 2)$

7 - L'ELASTIQUE Midi

Un élastique est tendu horizontalement entre deux points distants de 60 cm.
Une masse accrochée en son milieu allonge cet élastique de 8 cm.



De quelle distance le milieu de l'élastique s'est-il écarté de sa position initiale ?

(A) 8 cm **(B)** 16 cm **(C)** 20 cm **(D)** 24 cm **(E)** 32 cm

8 - UNE FRACTION Midi

Pour combien d'entiers x l'expression $\dfrac{10x+1}{2x-1}$ est-elle entière ?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

9 - DIVISIBILITÉ Midi

Quel que soit le naturel n, le nombre $2^n3^n5^n + 2^n15^n14 + 3^n10^n2$ est divisible par

(A) 7 **(B)** 11 **(C)** 13 **(D)** 17 **(E)** 19

10 - TROP TÔT OU TROP TARD Midi

Pour aller de chez moi à mon travail, si je roule à la vitesse v, j'arrive t en retard, tandis que si, en partant au même moment, je roule à la vitesse w, j'arrive t trop tôt.
Quelle est la distance que j'ai à parcourir ?

(A) $\frac{vwt}{v+w}$ **(B)** $\frac{vwt}{v-w}$ **(C)** $\frac{vwt}{w-v}$ **(D)** $\frac{2vwt}{w-v}$

(E) $\sqrt{vwt}$

11 - L'AVION Midi

L'altitude h d'un avion est donnée en fonction du temps t par
$h(t) = (t-1)(t-2) + 4$.
Les instants où cet avion descend sont exactement ceux où :

(A) $t < 1$ **(B)** $t > 2$ **(C)** $t < 1$ ou $t > 2$ **(D)** $t < 3/2$ **(E)** $t > 0$

12 - DANS UN TRIANGLE Midi

La hauteur [AH] et la médiane [BM] d'un triangle ABC ont même longueur et se coupent à l'intérieur du triangle.
Si $\widehat{ABC} = 56°$, que vaut $\widehat{MBC}$?

(A) 14° **(B)** 28° **(C)** 30° **(D)** 42° **(E)** 56°

Solutions

1

TRAPÈZE

L'aire de la partie ombrée est 220 cm^2.

2

MESURE D'UN ANGLE

L'amplitude de l'angle x est 20°.

3

PAIRE DE CHAUSSURES

Le taux de la seconde augmentation est 25 %.

4

LA PISCINE

Le volume total de la piscine est 630 m^3.

5

NOMBRE DE CHIFFRES

Ce nombre comporte 10 chiffres.

6

DEMI-TOUR

Le point A est appliqué sur le point de coordonnées (1, 2).

Solutions

7

L'ÉLASTIQUE

L'écart entre la position initiale de l'élastique et sa position après allongement est 16 cm.

8

UNE FRACTION

La fraction est entière pour 4 valeurs de x.

9

DIVISIBILITÉ

Ce nombre est toujours divisible par 17.

10

TROP TÔT OU TROP TARD

La distance pour aller de chez moi à mon travail est $\frac{2vwt}{w-v}$.

11

L'AVION

L'avion descend pour $t < \frac{3}{2}$.

12

DANS UN TRIANGLE

L'angle $\widehat{MBC}$ vaut 30°.

CHAMPIONNAT FFJM

La Fédération Française des Jeux Mathématiques (F.F.J.M.) offre chaque année aux élèves, collégiens, lycéens, étudiants ou adultes de France ou de nombreux autres pays une compétition exaltante s'étalant sur plusieurs mois.
Sept catégories, quatre phases successives, des centaines de milliers de concurrents, des centaines de prix de valeur et un maximum d'humour caractérisent ce que les journalistes n'ont pas hésiter à appeler «l'événement le plus astucieux de l'année», et qui a le mérite d'associer scolaires et adultes.
Dans les énigmes du championnat, les situations sont concrètes et l'humour de rigueur. Sont exigés de la logique, de l'astuce, de l'intuition, de l'imagination, de la persévérance, le goût de la recherche, mais pas réellement de connaissances. Au risque de déplaire à quelques puristes, seul le résultat compte. Encore qu'en cas de solution multiple, il faille donner le nombre exact de solutions.

LE CHAMPIONNAT HORS DE FRANCE

Le championnat voit chaque année la participation de concurrents issus de nombreux pays. Des structures relais organisent demi-finales, finales régionales ou nationales en Belgique, Centrafrique, Italie, Luxembourg, Niger, Pologne, Québec, Slovaquie, Suisse, Tchad, République Tchèque Tunisie, Ukraine.

CONTACTS

FRANCE
F.F.J.M
1, avenue Foch
94700 Maisons-Alfort
Tél : 01 43 68 95 16
Fax : 01 47 07 88 18

BELGIQUE
F.F.J.M Belgique
André Parent
B.P. 157
B- 7700 MOUSCRON
Tél-Fax :
32 (0) 56 33 14 53

SUISSE
F.F.J.M. Suisse
Philippe Dony et Christian Pralong
Établissement Secondaire de Prilly
Case Postale 91
CH 1008 PRILLY

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Depuis le premier Championnat, en 1987, patronné par les revues Jeux & Stratégie et Science & Vie, que de chemin parcouru ! La FFJM a été l'un des artisans du renouveau de l'image des mathématiques auprès des élèves et du grand public. Les finales successives ont égrené des noms insolites et prestigieux : Cité des Sciences, École Polytechnique, Sénat ou ... Parc Astérix.
Le championnat est encore, à sa seizième édition, la compétition de référence avec ses quatre étapes qui sont autant de fêtes pour les participants et les animateurs de 9 à 99 ans.

ÉPREUVES

Catégories : 7
CM = 2 dernières années du primaire,
C1 = 6e-5e (**F**rance), 6e primaire-1ère secondaire (**B**elgique), 6e-7e (**S**uisse), 1e-2e secondaire (**T**unisie),
C2 = F : 4e-3e, **B :** 2e-3e secondaire, **S :** 8e-9e, **T :** 3e-4e secondaire,
L1 = F : 2nde à terminales, **B :** 4e à 6e secondaire, **S :** gymnase, **T :** 5e à 7e secondaire,
L2 = deux premières années du supérieur scientifique,
GP = Grand Public (adultes),
HC = Haute Compétition.
Deux modes de participation aux 1/4 de finales possibles :
- Par correspondance.
- Dans les établissements scolaires.

COMPÉTITION

*Quarts de finale (décembre).
*Demi-finales régionales (mars).
*Finales régionales et nationales.
*Finale internationale et Concours parallèle open (septembre).

PARTENAIRES

Hewlett Packard
Éditions Belin
Jeunesses Scientifiques (Belgique)
Encyclopédia Universalis

CONTACTS

ITALIE
Rosi Tettamanzi Guerraggio, Centro PRISTEM, Università Bocconi, Via Isonzo n°25, 20100 Milano

QUÉBEC
Frédéric Gourdeau, dép. de Mathématiques et de Statistique, Université Laval, QUEBEC G1K 7P4

NIGER
A.N.J.M, Ali Dan Farouata
BP 13180, NIAMEY
Tél : (227) 72 22 81

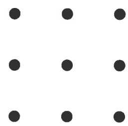
POLOGNE
F.P.J.M, R. Rabczuk
H. Steinhaus Center
Politec. Wroclawska
50-370 WROCLAW
Tél : (48) 71 20 35 30

TCHAD
Marc Moreau A.T.J.M., s/c Mission Française de Coopération et d'Action Culturelle, BP 898, N'DJAMENA

TUNISIE
A.T.S.M., Bechir Kachoukh
43, rue de la Liberté
2019 Le Bardo
Tél : (216) 1 261 455

1 - Les LONGUEURS

Combien de longueurs différentes existe-t-il entre les points du réseau ci-contre ?



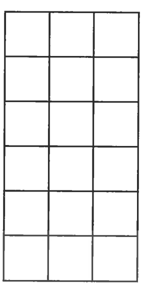
2 - La JOURNÉE de Mr TÊTENLAIR

Monsieur Têtenlair, qui est représentant, habite sur la Nationale 7. Aujourd'hui, en partant de chez lui, il a fait un premier parcours, d'une traite, de 53 km pour voir un client. Il a ensuite effectué un second trajet de 79 km, puis un troisième de 27 km, et enfin, un quatrième de 9 km. M. Têtenlair sait qu'il a fait ces quatre trajets, les seuls de sa journée, sur la Nationale 7, mais, très étourdi, il ne sait plus dans quel sens il a effectué chacun d'eux. «De toutes façons, pense-t-il en calculant, je suis au maximum à 168 km de chez moi !».

À combien de kilomètres est-il de chez lui, au minimum ?

3 - Le RECTANGLE à SECRETS

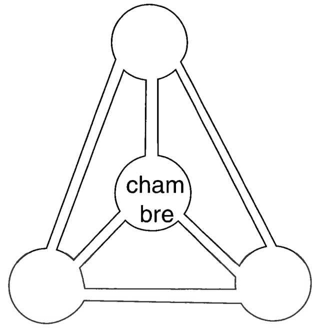
Mathilde et Mathias ont inventé un moyen de communication secret. L'expéditeur écrit le texte dans le rectangle, ligne par ligne, puis le recopie colonne par colonne, en séparant les lettres en trois "mots" de six lettres. Celui qui reçoit le message a vite fait de décoder. Mathilde, pendant le contrôle de mathématiques, a oublié sa calculette. Angoissée, elle adresse à Mathias le message suivant :
«S T I U O E E F S A R ? P O Q T Z».



Quelle doit être la réponse de Mathias (en clair) **?**

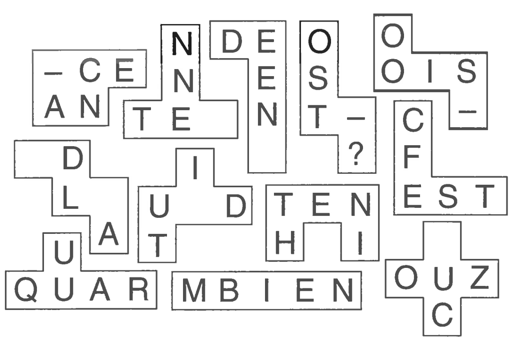
4 - Les GARDE-MANGER de MIRÔ

Le terrier de Mirô, la taupe, comprend quatre pièces reliées par six galeries. L'une de ces pièces est la chambre à coucher de Mirô, et les trois autres lui servent de garde-manger : Mirô y entrepose ses réserves de vers de terre. La mémoire de Mirô étant aussi bonne que sa vue, pour s'y retrouver, dans chaque galerie, celle-ci a placé un petit écriteau sur lequel elle a inscrit la différence entre les nombres de vers de terre (le plus grand moins le plus petit) des deux pièces situées aux extrémités de cette galerie. Voici ce qu'indiquent les six écriteaux aujourd'hui : ① ② ③ ④ ⑤ ⑥.



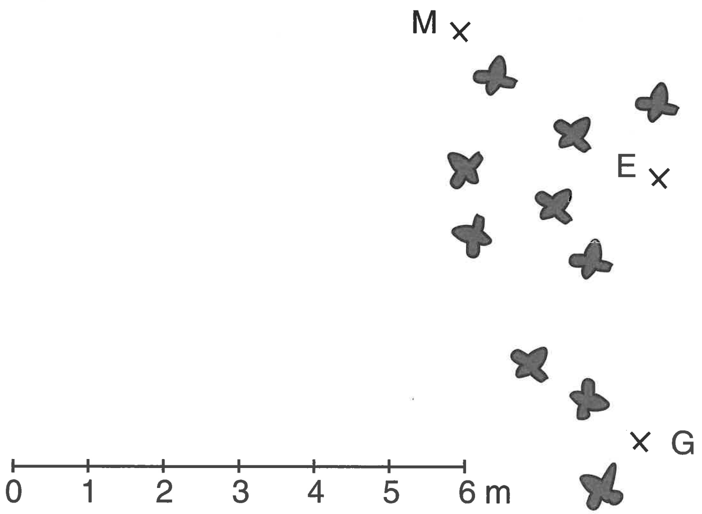
Quels sont les nombres de vers de terre contenus dans les trois garde-manger de Mirô, du moins rempli au mieux rempli ?
Note : La chambre à coucher ne contient, bien sûr, aucun ver de terre.

5 - « 12 x 5 = 6 x 10 »



6 - Les 3 PETITES GRENOUILLES

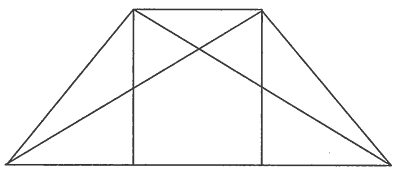
La petite grenouille Géraldine (G) et ses amies Méline (M) et Elane (E), ont rendez-vous sur un nénuphar. Géraldine est à moins de 4 m du nénuphar où elles ont rendez-vous, mais elle est plus près de ce nénuphar que Méline. Elane, quant à elle, est à moins de 2 m de leur lieu de rendez-vous.



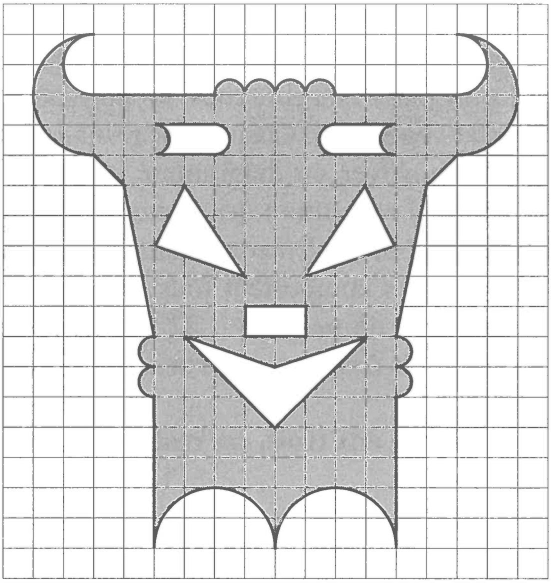
Sur quel nénuphar ont-elles rendez-vous ?

7 - Les TRIANGLES

Combien la figure ci-contre comporte-t-elle de triangles entièrement dessinés et constitués d'un, de deux ou de trois morceaux ?



8 - Le MASQUE INCA

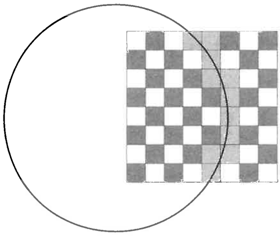


Des recherches archéologiques viennent de révéler à nos yeux émerveillés un masque inca en or pur. Le plan de ce masque est représenté ci-contre sur un plan quadrillé.

Calculez l'aire de ce masque, l'unité d'aire étant l'aire d'un petit carreau.

On n'oubliera pas de déduire l'aire des yeux, de la bouche, du nez et des sourcils. Pour d'éventuels calculs, on prendra 355/113 pour π.

9 - CERCLE sur l'ÉCHIQUIER

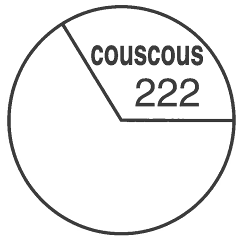


Mathias a dessiné un échiquier sur une feuille de papier. Il prend ensuite son compas et trace un cercle qui passe à l'intérieur de plusieurs cases de l'échiquier (le dessin montre un exemple où le cercle traverse 11 cases de l'échiquier).

Si Mathias choisit bien le centre et le rayon de son cercle, combien de cases peut-il traverser, au maximum ?

Énoncés

10 - Les TROIS DIAGRAMMES



Thomas est directeur d'une chaîne de restauration rapide qui propose trois plats tous les jours : un couscous, un poisson et un plat végétarien. Chacun des restaurants vient d'envoyer un diagramme circulaire donnant la répartition des ventes des trois plats proposés. Etrangement, les trois diagrammes comportent tous un angle de 120°, et pour les trois restaurants, on peut lire : 222 couscous et 114 poissons. Pourtant les nombres des plats végétariens vendus sont tous différents.

Combien, à eux trois, ces restaurants ont-ils vendu de plats végétariens ?

11 - MOINS UN PARTOUT

Patricia est au volant de son automobile, qui a roulé beaucoup moins de 100 000 km. Elle regarde le compteur et se rend compte que le nombre à cinq chiffres qui y est affiché est un carré. Or, elle se souvient qu'il y a exactement 1 an, 1 mois, 1 semaine, 1 jour et 1 heure, le nombre qui était alors affiché au compteur de sa voiture était déjà un carré, mais que chacun des cinq chiffres était inférieur d'une unité au chiffre affiché aujourd'hui.
Quel est le kilométrage actuel de la voiture de Patricia ?

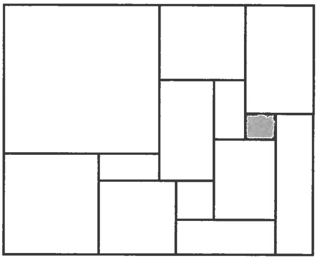
0 ? ? ? ? ?

Note : on ne tient évidemment pas compte du 0 initial affiché au compteur.

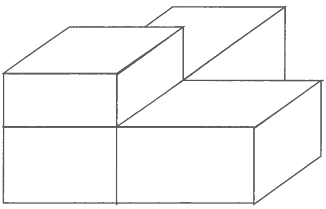
12 - RECTANGLE de CARRÉS
(coefficient 13)

Ce rectangle est composé de carrés, mais la figure est un peu fausse, bien que les alignements soient respectés. Le plus petit carré mesure 3 cm de côté.

Quelle sont les dimensions du rectangle ?



13 - Les BRIQUES de MARK OV



Les briques de Mark Ov sont des parallélépipèdes rectangles ne possédant aucune face carrée. Les dimensions de chaque brique sont entières, dans une certaine unité. De plus, ces briques présentent la particularité que la somme des carrés de leurs trois dimensions est égale au triple de leur produit, à l'instar du cube de côté unité.

Un exemple d'une telle brique est (2 ; 5 ; 29), puisque
$2^2 + 5^2 + 29^2 = 3 \times (2 \times 5 \times 29) = 870$.

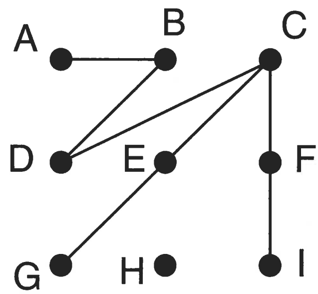
La figure ci-dessus, qui ne respecte pas les proportions, montre quatre briques de Mark Ov assemblées en coin. Pour chacune des trois surfaces de contact, les deux dimensions de chacune des deux briques correspondent exactement.

Si les quatre briques sont toutes différentes les une des autres, quel est le volume minimum de la plus volumineuse d'entre elles ?

1

LES LONGUEURS

Il existe **5 longueurs différentes** entre les points de ce réseau :



la longueur AB, que l'on trouve 12 fois : AB, BC, DE, EF, GH, HI, AD, DG, BE, EH, CF, FI

la longueur AC, présente 6 fois : AC, DF, GI, AG, BH, CI

la longueur AE, présente 8 fois : AE, DB, BF, EC, DH, GE, HF, EI

la longueur AF, présente 8 fois : AF, DC, GF, DI, AH, GB, BI, HC

et la longueur AI, que l'on ne trouve que 2 fois : AI, GC.

2

LA JOURNÉE DE MONSIEUR TÉTENLAIR

Monsieur Têtenlair est à une distance de chez lui égale à :
$53 \pm 79 \pm 27 \pm 9$ km.

Dans cette expression, chacun des signes "±" peut être ou bien un signe "+", ou bien un signe "–". Les trois signes à interpréter conduisent à huit expressions différentes pour lesquelles seule la valeur absolue du résultat (sans le signe) a une importance :

$53 + 79 + 27 + 9 = 168$; $53 + 79 + 27 - 9 = 150$;
$53 + 79 - 27 + 9 = 114$; $53 - 79 + 27 + 9 = 10$
$53 + 79 - 27 - 9 = 96$; $53 - 79 + 27 - 9 = -8$;
$53 - 79 - 27 + 9 = -44$; $53 - 79 - 27 - 9 = -62$.

On en déduit que M. Tétenlair est au minimum à **8 km de chez lui**.

3

LE RECTANGLE À SECRETS

Ecrivons le message dans les cases du rectangle, colonne par colonne.

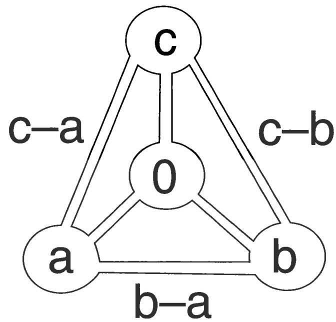
Lisons ensuite les lettres ligne par ligne :
« SEPTFOISQUATORZE? ».

Mathias doit donc répondre : 98.

S	E	P
T	F	O
I	S	Q
U	A	T
O	R	Z
E	?	

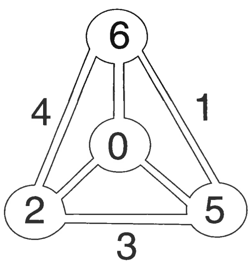
4

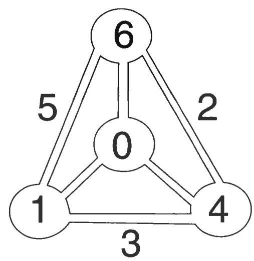
LES GARDE-MANGER DE MIRO



Remarquons tout d'abord que les nombres de vers de terre a, b, et c des trois garde-manger sont tous différents. On peut ensuite supposer que l'on a $a<b<c$. On a obligatoirement $c=6$ (6 ne pouvant apparaître que comme la différence 6 – 0). Le nombre b ne peut être égal à 1 (sinon, on aurait $a=0$, et la différence 6 apparaîtrait deux fois), ni à 2 (sinon la différence 1 apparaîtrait deux fois), ni à 3 (sinon la différence 3 apparaîtrait deux fois). Il ne peut donc prendre que les valeurs 4 ou 5.

Si $b=4$, $c–b=2$. Le nombre a ne peut prendre que la valeur 1, ce qui fournit une première solution. Si $b=5$, $c–b=1$. Le nombre a ne peut alors prendre que la valeur 2, ce qui fournit une seconde solution.



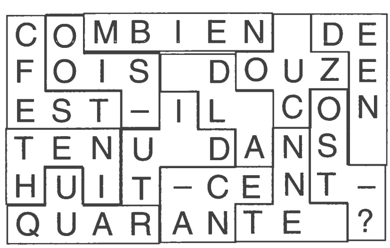


Le problème possède deux solutions : les garde-manger de Mirô contiennent 1, 4 et 6 vers de terre, ou 2, 5 et 6 vers de terre. Les solutions se déduisent l'une de l'autre en prenant les compléments à 6 de 0 ; 1 ; 4 ; 6.

5

12 x 5 = 6 x 10

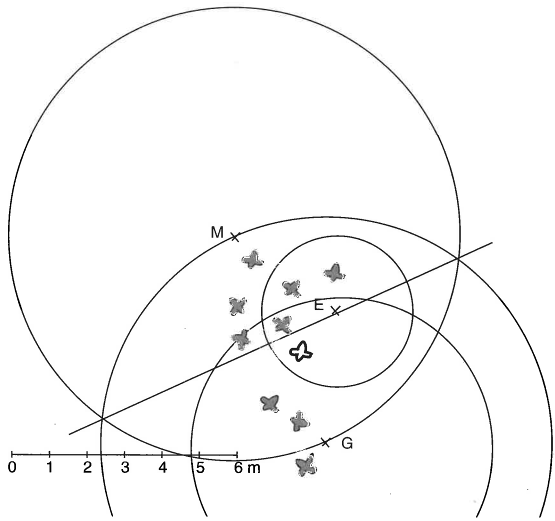
$$\frac{840}{12} = 70.$$



Solutions

6

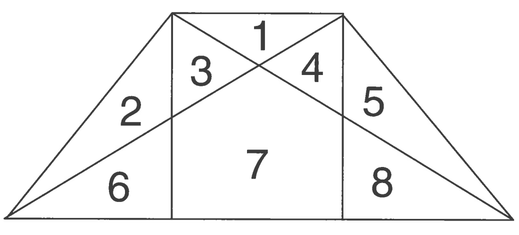
LES TROIS PETITES GRENOUILLES



Le nénuphar du rendez-vous se trouve à moins de 4 m de Géraldine et à moins de 2 m d'Elane. Il est donc situé à l'intérieur du disque de centre G et de rayon 4 m et à l'intérieur du disque de centre E et de rayon 2 m. Il existe deux nénuphars qui satisfont à ces deux conditions. Mais le nénuphar cherché doit également être plus près de Géraldine que de Méline. Si on trace la médiatrice du segment [MG], il doit donc être situé du côté de G. Cette fois-ci, il n'y a plus qu'un nénuphar qui convient : celui indiqué en blanc sur le dessin.

7

LES TRIANGLES



Dénombrons les triangles :
* un morceau : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8
* deux morceaux : 1+3, 1+4, 2+3, 4+5, 2+6, 5+8
* trois morceaux : 1+3+2, 1+4+5, 3+7+8, 4+7+6, 6+7+8.

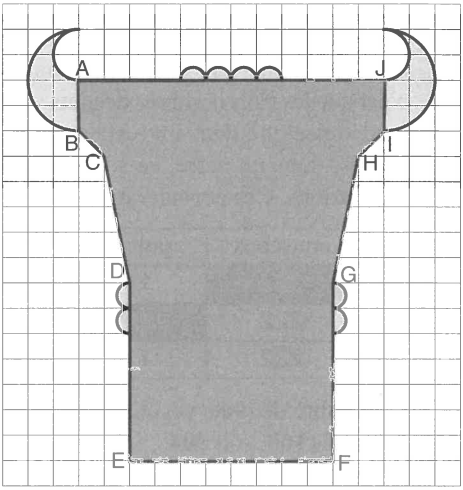
On compte donc 18 triangles constitués d'un, de deux ou de trois morceaux.

Solutions

8

LE MASQUE INCA

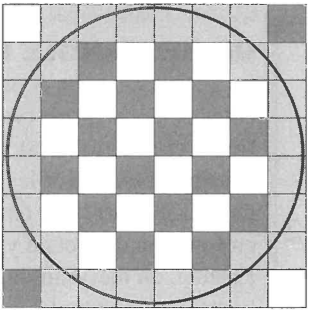
Considérons tout d'abord le polygone ABCDEFGHIJ (voir figure ci-contre), qui peut se décomposer en deux rectangles et deux trapèzes isocèles. Son aire est égale à $24 + 11 + 45 + 56$, soit 136 carreaux-unités.



Occupons-nous maintenant des "détails".
L'aire de chaque sourcil vaut 2 carreaux-unité. Celle des yeux se calcule par différence : le triangle de chaque oeil est inscrit dans un carré de 9 carreaux-unités dont il faut ôter trois triangles d'aires 1,5 carreaux, 1 carreau et 3 carreaux, ce qui donne 3,5 carreaux par oeil.
Le nez a une aire de 2 carreaux, et la bouche une aire de 6 carreaux.
Si l'on considère maintenant les aires des demi-disques à ajouter et à soustraire (cheveux, joues, cornes et menton), on a :
$\pi\,(4\times0{,}5^2 + 2^2 - 1^2 - 2^2) = \pi\,(1 + 4 - 1 - 4) = 0$. Autrement dit, les parties rentrantes et sortantes en forme de demi-disques se compensent exactement. On n'a donc nul besoin d'une valeur approchée du nombreπ.
L'aire totale du masque est donc égale à $136 - 2\times2 - 2\times3{,}5 - 2 - 6$, soit **117 carreaux-unités**.

9

CERCLES SUR L'ÉCHIQUIER



L'intérieur de l'échiquier contient 7 lignes verticales et 7 lignes horizontales. Un cercle peut couper au plus deux fois chaque ligne, ce qui donne un maximum de 28 points d'intersection distincts entre le cercle et les lignes intérieures de l'échiquier. Si le cercle ne passe par aucun sommet du quadrillage, ce que l'on peut toujours réaliser moyennant un déplacement du centre, ou une modification du rayon, aussi minimes soient-ils, chaque intersection correspond au passage d'une case dans une autre. Le cercle peut donc théoriquement traverser au maximum **28 cases**. Le dessin ci-contre montre qu'une telle solution existe.

LES TROIS DIAGRAMMES

Si les trois restaurants ont vendu le même nombre de couscous et le même nombre de poissons et que pourtant, les trois diagrammes sont différents, c'est que les trois nombres de plats végétariens sont différents. On peut donc en déduire que dans un restaurant, les couscous représentent le tiers des ventes, dans un autre, ce sont les poissons et dans le troisième les plats
10 végétariens. Ces considérations conduisent au tableau suivant.

couscous	poisson	plat végét.	TOTAL
222	114	330	$3 \times 222 = 666$
222	114	6	$3 \times 114 = 342$
222	114	168	$3 \times 168 = 504$

Le nombre de plats végétariens vendus dans les trois restaurants est égal à 330+6+168, soit **504**.

MOINS UN PARTOUT

Désignons par a le kilométrage affiché aujourd'hui, et par b celui affiché il y a un an, un mois, une semaine, un jour et une heure. D'après l'énoncé, on doit avoir : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = 11\,111$.

Or $11\,111 = 41 \times 271$.

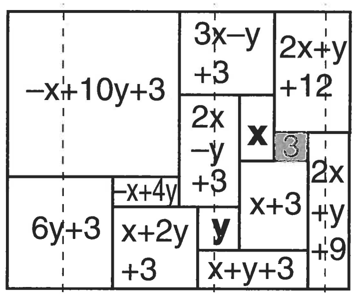
11 On a donc deux cas à étudier.

1^er^ cas : $a - b = 1$ et $a + b = 11\,111$, qui conduit à $a = 5\,556$ et $b = 5\,555$, à rejeter, car $5\,555^2 > 100\,000$.

2^ème^ cas : $a - b = 41$ et $a + b = 271$, qui conduit à $a = 156$ et $b = 115$, qui convient, car $115^2 = 13\,225$ et $156^2 = 24\,336$.

Le kilométrage actuel de la voiture de Patricia est donc égal à **24 336 km**.

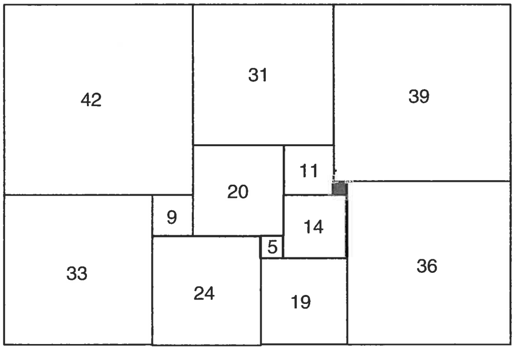
UN RECTANGLE DE CARRÉS



En désignant par x et par y les côtés de deux carrés (voir figure ci-contre), il est possible d'exprimer les côtés de tous les carrés du rectangle
12 en fonction de x et de y.
Ensuite, en mesurant la hauteur du rectangle en trois endroits différents (matérialisés par des pointillés), on obtient la double égalité suivante :

12 SUITE

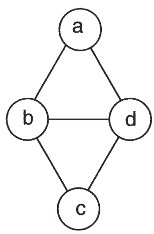
$-x + 16y + 6 = 6x + 9 = 4x + 2y + 21$.
Ce système d'équations a pour solutions $x = 11$ et $y = 5$.
On en déduit les dimensions du rectangle : **75 cm et 112 cm**.

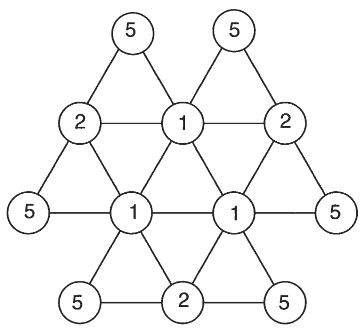


13

LES BRIQUES DE MARK OV

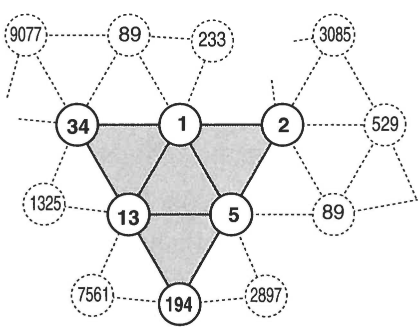
Considérons tout d'abord le problème en n'excluant pas les faces carrées.
On montre que si $(a ; b ; d)$ et $(b ; c ; d)$ sont deux briques de Mark Ov, alors :





$a^2+b^2+d^2=3abd$ et $c^2+b^2+d^2=3cbd$,
d'où $a^2-c^2=3bd(a-c)$ et $a+c=3bd$.

On peut ainsi, à partir de la solution triviale $(1 ; 1 ; 1)$ obtenir la solution $(1 ; 1 ; 2)$ puis la solution $(1 ; 2 ; 5)$. Cette solution nous conduit ensuite aux solutions $(1 ; 5 ; 15)$, $(2 ; 5 ; 29)$, $(1 ; 13 ; 34)$, $(1 ; 34 ; 89)$, $(2 ; 29 ; 169)$, $(5 ; 13 ; 194)$, …
Au-delà, on ne peut trouver que des nombres supérieurs à 94 et des volumes supérieurs à $5 \times 13 \times 194$. Les quatre briques de Mark Ov ont donc pour dimensions $(1 ; 2 ; 5)$, $(1 ; 5 ; 13)$, $(1 ; 13 ; 34)$ et $(5 ; 13 ; 194)$ et la valeur minimale du volume de la plus grande est égal à **12610**.



KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

Le jeu-concours « Kangourou des mathématiques » est la plus grande interrogation écrite du monde ! Il a lieu, en France, dans la moitié des établissements du second degré et quelques milliers d'écoles.

Il est organisé par *ACL - les Éditions du Kangourou*, coéditeur de ce « Panoramath ».

Le Kangourou est associé à la distribution, auprès de chaque élève participant, de documents et brochures de jeux et de vulgarisation mathématique (en moyenne 40 pages de mathématiques en couleurs par élève) :
• pour chaque élève participant, une brochure de mathématiques en couleurs, les « Malices du Kangourou » et une règlette en plastique,
• pour les professeurs et les CDI, des livres, des affiches, des cd-rom...
• pour les élèves, plus de quarante voyages, 300 lunettes astronomiques, mille cd-rom, dix mille T-shirts et près d'une centaine de milliers de livres (en moyenne, un élève sur six reçoit un livre).

Le Kangourou des mathématiques soutient la Commission Inter-IREM « Rallyes » en finançant deux rencontres annuelles.

Le jeu-concours est organisé dans 28 pays sur le modèle du Kangourou français. Les épreuves sont communes pour chacun des cinq sujets (écoliers, benjamins, cadets, juniors, étudiants). Traduites en 14 langues, elles ont lieu le même jour et ont intéressé en 2001 plus de 2,2 millions d'élèves. Les sujets sont choisis chaque année parmi des centaines de questions proposées par les pays membres de l'association « Kangourou Sans Frontières ».

Chaque année des publications communes sont éditées et des séjours-rencontres sont organisés entre les lauréats des différents pays. La « Charte du Kangourou » précise que la moitié du budget total doit être consacrée aux prix et publications.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : premier jeu-concours Kangourou.
De 120 000 participants au début, le jeu-concours dépasse le demi-million de participants en 1995.
En 1994, le Kangourou des mathématiques a reçu le prix d'ALEMBERT décerné par la Société Mathématique de France.
Juin 1994, à l'initiative des organisateurs français du Kangourou des mathématiques, création au Conseil de l'Europe de l'association européenne "Kangourou Sans Frontières"
En 2000 et 2001, près de 500 000 élèves français ont participé au Kangourou.

CONTACTS

Au-delà de la FRANCE, le jeu-concours a lieu en français dans une centaine de lycées français à l'étranger ainsi qu'en BELGIQUE, en SUISSE, au LUXEMBOURG et au CANADA (il totalise, dans ces quatre pays, une dizaine de milliers de participants).

Kangourou des Mathématiques
12, rue de l'épée de bois
75005 Paris
Tél : 01 43 31 40 30
Fax : 01 43 31 40 38
Minitel → 3615 KANG
e-mail : info@mathkang.org
Site Internet : www.mathkang.org

ÉPREUVES

Individuelles, sans calculatrice.
Catégories : 14

- sujet **Ecoliers**
  CE2, CM1, CM2,
- sujet **Benjamins**
  6ème, 5ème,
- sujet **Cadets**
  4ème, 3ème, CAP/BEP,
- sujet **Juniors**
  2nde, 1ère, Term., Bac Pro,
- sujet **Étudiants**
  Terminale S, Bac + 1.

PARTENAIRES

Association Altaïr
La Comédie Française
La Cité de l'Espace
Des Conseils Généraux

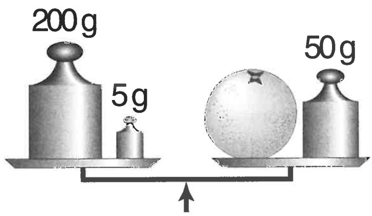
COMPÉTITION

Une seule épreuve de 50 minutes : 24 Questions à Choix Multiples de difficulté croissante (16 en CE2).
2001 : le jeudi 22 mars.
2002 : le jeudi 21 mars.
2003 : le jeudi 20 mars.
Il y a deux manières de gagner : « crack » (au total des points) et « prudent » (suite de réponses sans erreur depuis la 1ère question).
Remise des prix et distribution des « Malices du Kangourou »,
2001 : vendredi 1er juin
2002 : vendredi 31 mai.

1 ▪ ÉCOLIERS 3 points

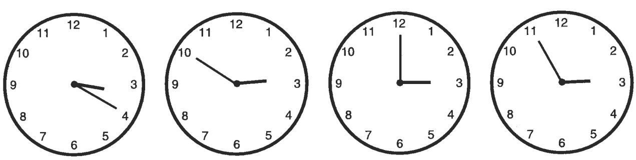
Quel est le poids de l'orange posée sur le plateau de droite de la balance ?

A) 200 g
B) 205 g
C) 155 g
D) 255 g
E) on ne peut pas le savoir



2 ▪ ÉCOLIERS 3 points

Parmi ces quatre pendules, une retarde de 10 minutes, une avance de 20 minutes, une retarde de 5 minutes et une est à l'heure.



Quelle heure est-il ?

A) 2 h 50 B) 3 h 20 C) 2 h 55
D) 3 h E) 3 h 15

3 ▪ ÉCOLIERS 3 points

Le docteur donne trois cachets à Samir :
« Prends le premier tout de suite, et ensuite, tu en prends un toutes les vingt minutes. »
Dans combien de minutes Samir prendra-t-il le dernier cachet ?

A) 20 min B) 30 min C) 40 min
D) 50 min E) 60 min

4 ■ ÉCOLIERS 4 points

Dans le buffet de grand-mère se trouve un pot qui contient 650 g de confiture. Son petit-fils Simon trouve le pot et mange 5 cuillerées de confiture chaque jour. Combien de grammes restera-t-il après 20 jours si chaque cuillerée contient 6 g de confiture et que Simon est seul à en manger ?

A) 50 B) 530 C) 550
D) 350 E) il n'y aura plus de confiture dans le pot

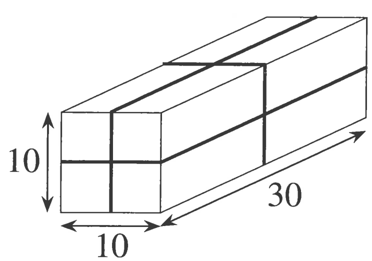
5 ■ ÉCOLIERS 4 points

Un bidon plein de lait pèse 25 kg, mais le même bidon à demi plein de lait pèse 13 kg.
Quel est le poids du bidon vide ?

A) 2 kg B) 500 g C) 1500 g
D) 1 kg E) 2500 g

6 ■ ÉCOLIERS 4 points

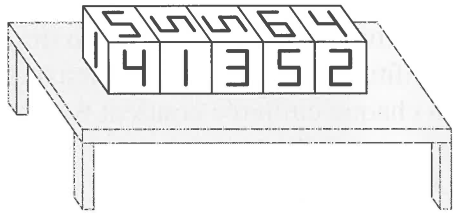
Un paquet de 10 cm sur 10 cm sur 30 cm est attaché avec une ficelle comme le montre le dessin.
Quelle est la longueur de la ficelle ?
(On ne tient pas compte de la longueur de ficelle pour faire les nœuds.)



A) 2 m
B) 2 m 40 cm
C) 1 m
D) 3 m
E) 2 m 50 cm

7 ■ ÉCOLIERS 5 points

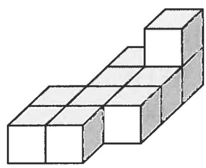
Cinq cubes, tous identiques, sont posés sur une table.
Quel nombre peut-on lire de l'autre côté de la table ?

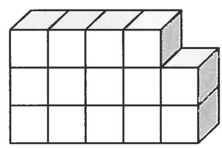


A) 52136
B) 52139
C) 93125
D) 63125
E) 54139

8 ■ ÉCOLIERS 5 points

Patrice a une boîte de cubes en bois, tous identiques. Avec ses cubes, il a construit les deux "immeubles" ci-contre.



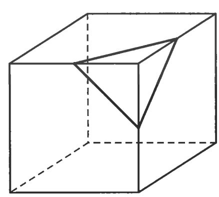


Le poids total des cubes utilisés pour les deux immeubles est 900g. Le poids de cubes pour fabriquer l'immeuble de gauche est 300g. Combien y a-t-il de cubes qu'on ne voit pas sur le dessin du deuxième immeuble ?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9 ■ ÉCOLIERS 5 points

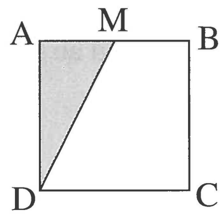
On a coupé tous les coins d'un cube.
Le cube a 2 cm de côté et l'on coupe les arêtes à 1 cm du sommet (le dessin ci-contre montre comment couper un des coins).
Combien de sommets a le nouveau solide obtenu ?



A) 6 B) 8 C) 12 D) 18 E) 24

10 ▪ BENJAMINS 3 points

ABCD est un carré. M est le milieu de [AB].
L'aire de la partie grisée est $7\,\text{cm}^2$.
Quelle est l'aire du carré ABCD ?



A) $36\ \text{cm}^2$
B) $28\ \text{cm}^2$
C) $25\ \text{cm}^2$
D) $21\ \text{cm}^2$
E) $14\ \text{cm}^2$

11 ▪ BENJAMINS 3 points

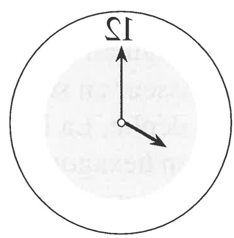
Quelle est la somme des deux chiffres manquants de la multiplication ?

$$\begin{array}{cccc} & 6 & \star & 3 \\ \times & & & 5 \\ \hline 3 & 4 & 6 & \ast \end{array}$$

A) 6
B) 8
C) 10
D) 12
E) 14

12 ▪ BENJAMINS 3 points

Voici une pendule vue dans un miroir.
Quelle heure est-il ?

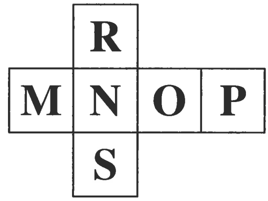


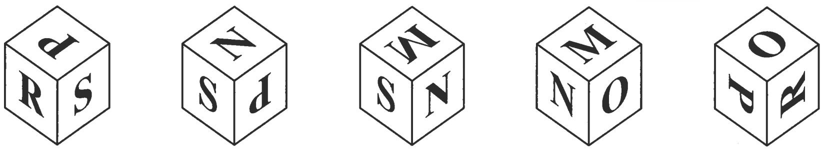
A) 4 h
B) 0 h 20
C) 11 h 40
D) 4 h 40
E) 8 h

13 - BENJAMINS 4 points

Un seul parmi les cubes proposés correspond au patron ci-contre.

Lequel ?





A) B) C) D) E)

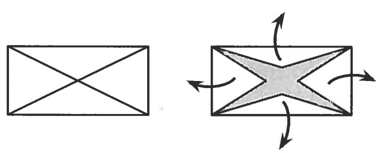
14 - BENJAMINS 4 points

Un saut de maman kangourou fait trois mètres et lui prend une seconde. Un saut de son fils kangourou fait un mètre et prend une demi-seconde. Ils démarrent ensemble, en direction d'un eucalyptus situé à 180 mètres de leur point de départ. Combien de secondes maman kangourou devra-t-elle attendre son fils au pied de l'arbre ?

A) 30 B) 60 C) 10
D) 120 E) ils arrivent en même temps

15 - BENJAMINS 4 points

Sur une face d'une enveloppe rectangulaire, on découpe une seule épaisseur en suivant les diagonales. On déplie. La forme obtenue est :



A) un hexagone (6 côtés)
B) un octogone (8 côtés) C) un rectangle
D) un losange E) un parallélogramme sans aucune particularité

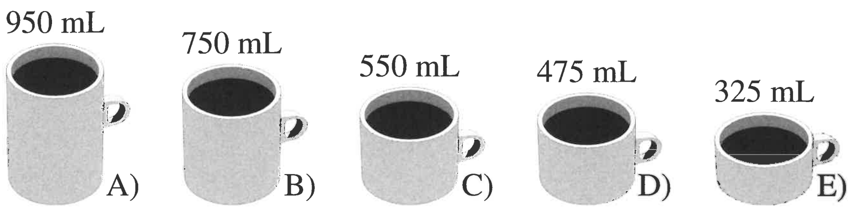
16 ▪ BENJAMINS 5 points

Quatre écureuils ont dégusté 1999 noisettes. Chacun en a mangé au moins 100. C'est le premier qui en a mangé le plus. Le deuxième et le troisième en ont mangé 1265 à eux deux.
Combien de noisettes a mangé le premier écureuil ?

A) 598 B) 721 C) 629
D) 634 E) une autre réponse

17 ▪ BENJAMINS 5 points

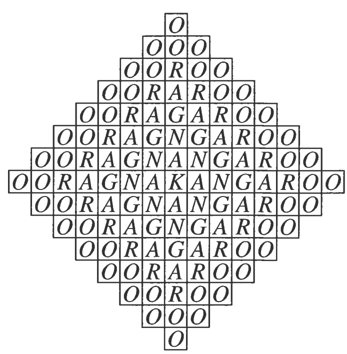
Chacun de ces cinq pots est plein ou de café, ou de cacao, ou de lait. Il y a au total une quantité deux fois plus grande de café que de cacao. Aucune des boissons n'est répartie dans trois pots.
Quel pot contient du cacao ?



18 ▪ BENJAMINS 5 points

Combien de fois peut-on lire le mot kangaroo, deux lettres consécutives étant écrites dans des carrés ayant un côté commun ?

A) 456
B) 496
C) 508
D) 512
E) 624



19 ▪ CADETS 3 points

L'autre nuit, je me suis réveillé ; j'ai regardé ma montre et j'ai lu 2 h 00. Mais je me suis aperçu qu'elle était arrêtée. Je l'ai remise en route et je me suis paisiblement rendormi. Au réveil, j'ai regardé la pendule dans la rue. Il était 7 heures, mais ma montre marquait 5 h 30.
À quelle heure m'étais-je réveillé dans la nuit ?

A) 4 h B) 3 h 30 C) minuit et demi
D) 3 h E) 4 h

20 ▪ CADETS 3 points

On a tracé toutes les diagonales d'un hexagone régulier.
Combien de points d'intersection a-t-on ainsi obtenu (en ne comptant pas les sommets de l'hexagone) ?

A) 6 B) 7 C) 12 D) 13 E) 15

21 ▪ CADETS 3 points

Dans un parc national australien où vivent des kangourous, on sait que :

1. si le soleil brille, alors la température n'est pas inférieure à 25°,
2. si la température dépasse 26°, alors le soleil brille.

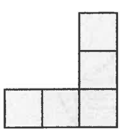
Alors, forcément :

A) la température nocturne est inférieure à 25°
B) le jour, la température est voisine de 24°
C) la température nocturne ne peut pas être 27°
D) le jour, la température ne peut pas être 24°
E) si la température est de 24°, alors le soleil brille

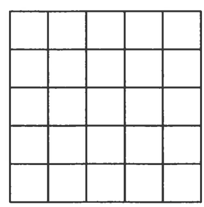
22 ▪ CADETS **4 points**

Le Petit Chaperon Rouge apporte des tartes à sa Mère-Grand : 7 tartes aux abricots, 6 tartes aux pommes et 3 tartes au citron.
En chemin, cette gourmande mange deux des tartes.
Laquelle de ces situations est possible ?
A) Mère-Grand n'a aucune tarte au citron.
B) Mère-Grand a moins de tartes aux pommes que de tartes au citron.
C) Mère-Grand a le même nombre de tartes de chaque variété.
D) Il y a deux variétés de tartes dont Mère-Grand a le même nombre.
E) Il y a plus de tartes aux abricots que de tartes aux pommes et au citron réunies.

23 ▪ CADETS **4 points**



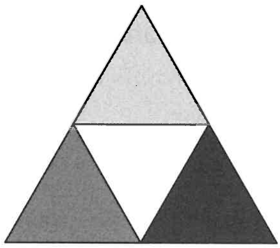
Quel est le nombre maximal de pièces de ce type que l'on peut poser sur le quadrillage de droite, si l'on n'accepte pas les recouvrements ?
A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6



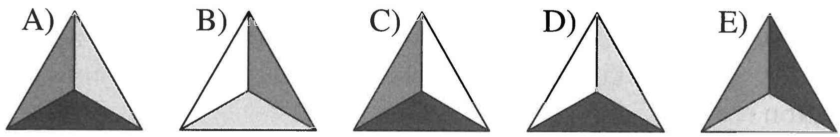
24 ▪ CADETS **4 points**

Dans une compétition de patinage artistique, chaque juge met, comme note, un nombre entier.
La moyenne obtenue par un patineur est 5,625.
Quel est le nombre minimum de membres du jury ?
A) 2 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

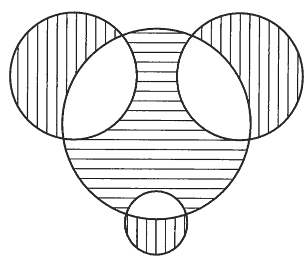
25 ▪ CADETS 5 points



Voici le patron d'un tétraèdre (remarque : le dos du patron est blanc).
On a plié ce patron pour réaliser le tétraèdre et on a dessiné des vues en perspective de ce solide. Mais une vue fausse s'est glissée parmi les autres. Laquelle est-ce ?



26 ▪ CADETS 5 points



Soit V la somme des aires des régions appartenant uniquement aux trois petits disques (hachures verticales), soit W l'aire de la région intérieure au grand cercle uniquement (hachures horizontales).
Les diamètres des cercles sont 6, 4, 4 et 2.
Quelle est alors l'égalité vraie ?

A) $3V = \pi W$ B) $3V = 2\,W$
C) $V = W$ D) $\pi V = W$ E) il manque une donnée

27 ▪ CADETS 5 points

Dans trois ans, Stéphane sera trois fois plus vieux qu'il y a trois ans. Dans quatre ans Stéphane sera [redacted] plus vieux qu'il y a quatre ans. Quels sont les mots cachés ?

A) deux fois B) trois fois C) quatre fois
D) cinq fois E) six fois

28 ▪ JUNIORS 3 points

Dans un championnat où il y a 18 équipes, chacune doit rencontrer toutes les autres deux fois (« aller et retour »).
Combien chaque équipe fera-t-elle de rencontres ?

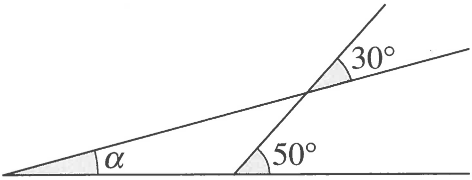
A) 18×2 B) 17×18 C) $18 \times 17 \times 2$

D) $\dfrac{17 \times 18}{2}$ E) 17×2

29 ▪ JUNIORS 3 points

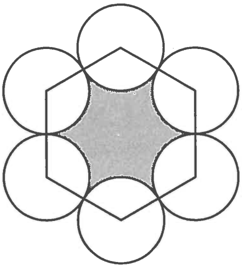
Si la figure était juste,
combien mesurerait l'angle α ?

A) 20° B) 25°
C) 30°
D) 35° E) 40°



30 ▪ JUNIORS 3 points

Soit un hexagone régulier.
De chacun des sommets pris comme centre, on a construit six cercles tangents de même rayon (voir figure).
Si le périmètre de l'hexagone est 36, quel est celui de la figure grisée ?



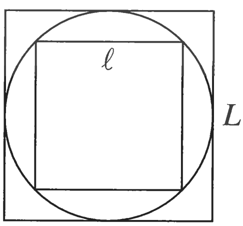
A) 15π
B) 12π
C) 9π
D) 6π
E) 3π

31 ▪ JUNIORS 4 points

Mes 3 perroquets bleus mangent 3 kg de grains en 3 jours ; mes 5 perroquets verts mangent 5 kg de grains en 5 jours ; mes 7 perroquets oranges mangent 7 kg de grains en 7 jours.
Quels sont les oiseaux qui ont le plus d'appétit ?
A) les perroquets bleus
B) les perroquets verts
C) les perroquets oranges
D) bleus, verts et oranges ont le même appétit
E) on ne peut pas le savoir

32 ▪ JUNIORS 4 points

L est la longueur du côté du carré circonscrit au cercle, ℓ est la longueur du côté du carré inscrit dans le cercle.

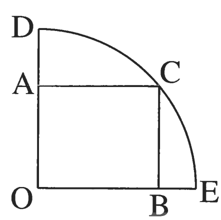


Combien vaut $\frac{\ell}{L}$?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

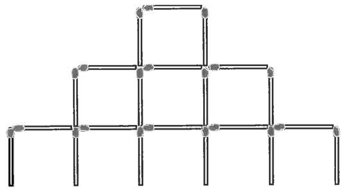
33 ▪ JUNIORS 4 points

Dans un quart de cercle OED, de centre O, on a inscrit le rectangle OBCA.
On a OE = 10 et AD = 3.
Combien mesure la diagonale [AB] ?
A) 5 B) 6 C) 9
D) 10 E) il manque une donnée



34 ■ JUNIORS 5 points

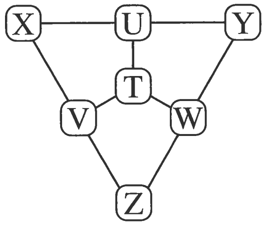
Combien peut-on construire d'étages avec 45150 allumettes disposées "comme" sur la construction à 3 étages ci-contre ?



A) 2 250 B) 1 000 C) 500
D) 150 E) 12

35 ■ JUNIORS 5 points

Les nombres entiers de 1 à 7 sont placés sur les positions TUVWXYZ de la figure ci-contre de telle manière que la somme des nombres placés aux sommets de chacun des trois quadrilatères vale 15. Combien de valeurs peut prendre le nombre placé au point T ?



A) 2 B) 3 C) 4
D) 0 E) 1

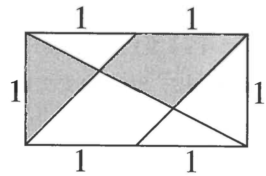
36 ■ JUNIORS 5 points

Onze arbres sont plantés tous les 10 mètres le long d'une route rectiligne. Un Kangourou se trouve à côté du premier arbre. Lorsqu'il est devant un arbre, il peut faire des bonds lui permettant d'arriver soit à l'arbre situé à 10 m, soit à celui situé à 20 m. De combien de façons différentes le Kangourou peut-il aller du premier arbre au dernier (sans rebrousser chemin) ?

A) 80 B) 84 C) 87 D) 89 E) 91

37 ▪ ÉTUDIANTS 3 points

Quelle est l'aire de la partie grisée du rectangle ?



A) $\dfrac{5}{6}$ B) $\dfrac{4}{5}$ C) $\dfrac{2}{3}$

D) $\dfrac{1}{2}$ E) 1

38 ▪ ÉTUDIANTS 3 points

Combien d'entiers strictement positifs et strictement inférieurs à 1000 peuvent s'écrire comme produit de deux nombres pairs ?

A) 100 B) 150 C) 200 D) 220 E) 249

39 ▪ ÉTUDIANTS 3 points

Sisyphe doit porter chaque jour un rocher en haut d'une montagne, mais une fois en haut le rocher roule de nouveau jusqu'en bas.
Le premier jour il a fallu, pour monter le rocher au sommet et pour que celui-ci redescende, en tout 5 heures.
Chacun des jours suivants, il faut deux fois plus de temps pour monter le rocher que la veille, mais le rocher redescend aussi deux fois plus vite que la veille.
Si le deuxième jour, cela (montée + descente) a représenté 7 heures, combien de temps cela (montée + descente) prendra-t-il le troisième jour ?

A) 9 h B) 9 h 30 C) 12 h D) 12 h 30 E) 16 h

40 - ÉTUDIANTS 4 points

Une table ronde de rayon 1 mètre est couverte par une nappe carrée de côté 2,5 mètres, de sorte que le centre de la nappe coïncide avec le centre de la table. Quelle est la différence entre les distances au sol du point le plus haut et du point le plus bas d'un côté de la nappe ?

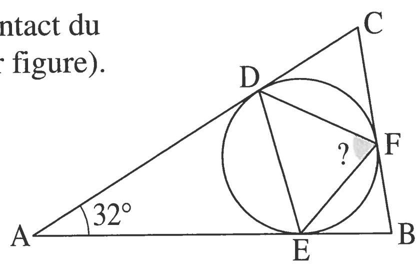
A) 0,25 m B) 0,5 m C) $\dfrac{5\sqrt{2}-5}{4}$ m

D) $(2{,}5\sqrt{2}-1)$ m E) on ne peut pas la déterminer

41 - ÉTUDIANTS 4 points

Soit D, E et F les trois points de contact du cercle inscrit au triangle ABC (voir figure).
Si l'angle $\widehat{DAE}$ mesure 32° alors combien mesure l'angle $\widehat{DFE}$?

A) 46° B) 58°
C) 64° D) 74°
E) il manque des données



42 - ÉTUDIANTS 4 points

On considère les vols en avion d'un point A vers un point B, les durées de vols de A vers B et de B vers A étant identiques ; cependant, compte tenu des décalages horaires, les horaires (donnés en heures locales) sont les suivants :

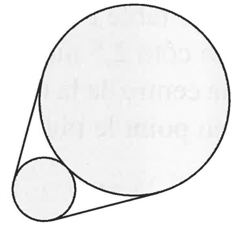
- Départ de A lundi à 6 h du matin, arrivée à B mardi à 2 h de l'après-midi.
- Départ de B jeudi à 1 h de l'après-midi, arrivée à A jeudi à 3 h de l'après-midi.

Quelle heure est-il en B quand il est 4 h de l'après-midi samedi en A ?

A) 6 h de l'après-midi samedi B) 7 h de l'après-midi samedi
C) 6 h du matin samedi D) 7 h du matin dimanche
E) 7 h de l'après-midi dimanche

43 - ÉTUDIANTS 5 points

Deux disques de diamètres 6 cm et 18 cm sont placés comme sur la figure et sont liés par une courroie qui les entoure. Quelle est, en centimètres, la longueur de la courroie ?



A) $10+20\pi$ B) $12\sqrt{3}+14\pi$

C) $13\sqrt{3}+12\pi$ D) $14\sqrt{3}+11\pi$

E) autre réponse

44 - ÉTUDIANTS 5 points

Les 1999 habitants d'une île se répartissent en deux catégories : les "bons" qui disent toujours la vérité et les "truands" qui mentent toujours. Chaque habitant est soit un chanteur, soit un footballeur, soit un pêcheur. On pose trois questions à chaque habitant :

1 : es-tu un chanteur ?

2 : es-tu un footballeur ?

3 : es-tu un pêcheur ?

1000 personnes répondent oui à la première question, 700 à la deuxième et 500 à la troisième. Combien y a-t-il de truands sur l'île ?

A) 102 B) 180 C) 201 D) 322 E) 729

45 - ÉTUDIANTS 5 points

Jean doit multiplier deux nombres de deux chiffres.
Malheureusement il inverse l'ordre des chiffres dans l'un des deux nombres.
Il obtient ainsi un résultat supérieur de 3816 au résultat correct.
Quel est le résultat correct ?

A) 7632 B) 5724 C) 4823 D) 1908 E) 1007

KANGOUROU DES MATHÉMATIQUES

Exercices	Réponse	Exercices	Réponse
1	C	24	C
2	D	25	A
3	C	26	C
4	A	27	D
5	D	28	E
6	A	29	A
7	B	30	B
8	D	31	A
9	C	32	D
10	B	33	D
11	E	34	D
12	E	35	A
13	E	36	D
14	A	37	A
15	D	38	E
16	D	39	D
17	B	40	C
18	C	41	D
19	B	42	D
20	D	43	B
21	C	44	C
22	D	45	E
23	C		

LOGIC'FLIP

Le Logic'Flip est une compétition hors du commun organisée sur les pays francophones par la Fédération Française de Jeux Mathématiques (FFJM). Il s'agit de tests de « neurobic » (gymnastique de l'esprit) destinés en priorité aux collégiens, mais qui ont été étendus aux lycéens.

Les éliminatoires ont lieu au second trimestre de l'année scolaire.

Le Logic'Flip fait voyager les collégiens avec leur professeur : les cinq vainqueurs emmènent leur professeur de mathématiques avec eux pour un voyage extraordinaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

La première édition a eu lieu en 1992. Beaucoup d'enseignants ont cru à un « poisson d'avril » quand ils ont connu la date des éliminatoires. Pourtant, ce fut bien un magnifique voyage en Floride de neuf jours qui attendait les gagnants et leurs professeurs.
En 1993, la Guyane était au menu des vainqueurs. Avec pour certains deuxièmes un séjour surprise au Japon.
Le Maroc, la Tunisie, la Turquie, la Roumanie… ont été les destinations suivantes.

PARTENAIRES

Tangente (Éditions Pôle) ;
Hypercube (Éditions Pentaèdre) ;
Spécial Logique.

ÉPREUVES

Individuelle.
5 catégories : 6ème, 5ème, 4ème, 3ème, 2nde/1ère.
Tests de neurobic : Questions à choix multiple
divisées en quatre types : observation, logique, nombres, lettres.

COMPÉTITION

Éliminatoires : au second trimestre de l'année scolaire dans les collèges et lycées de France, Belgique, Suisse, Luxembourg.
Repêchage : au 3ème trimestre de l'année scolaire.
Finale : au 3ème trimestre de l'année scolaire.
Open : Ouvert aux collégiens, lycéens et adultes sur les lieux de la finale.

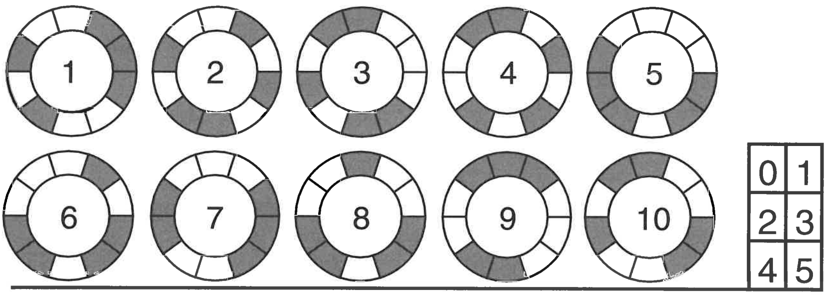
CONTACTS

Inscription des établissements
F.F.J.M. - Châteaugaillard
1, avenue Foch
94700 Maisons-Alfort - FRANCE
Tél : 01 43 68 95 16
chaque année de préférence avant le 1er janvier

1 - OBSERVATION

Finale 1999

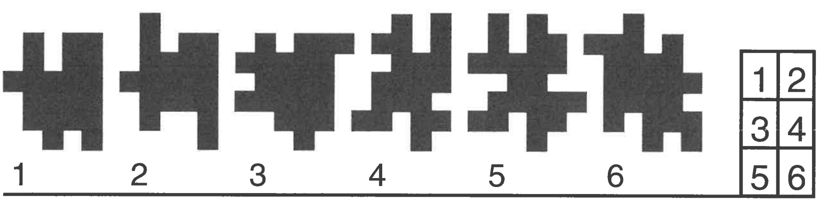
Combien d'anneaux entièrement grisés peut-on former, au plus, en superposant les figures ci-dessous par paires (sans les tourner) ?



2 - OBSERVATION

Finale 2000

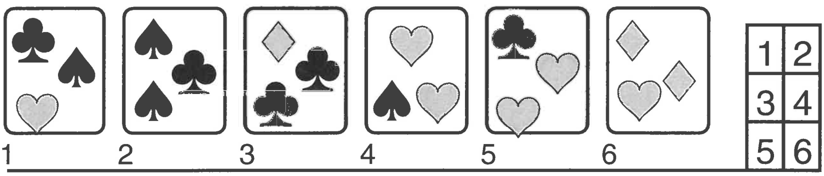
Quelle figure a la plus grande surface ?



3 - OBSERVATION

Finale 2000

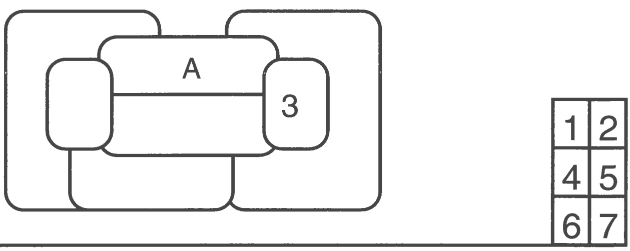
Quels jetons faut-il prendre pour avoir trois figures deux fois ? (et aucune autre)



4 - LOGIQUE

Finale 1999

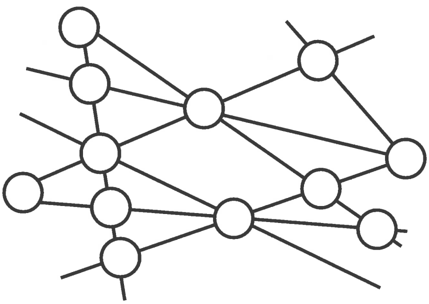
Numérotez les zones de 1 à 7 pour que deux chiffres consécutifs ne se côtoient jamais. Quel chiffre va en A ?



5 - LOGIQUE

Finale 1999

Quel est le nombre minimum de ronds qu'il faut noircir pour que chaque alignement comporte au moins un rond noir ?

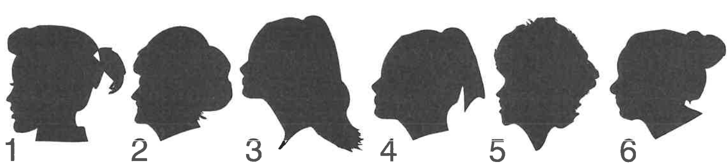


2	3
4	5
6	7

6 - LOGIQUE

Finale 1999

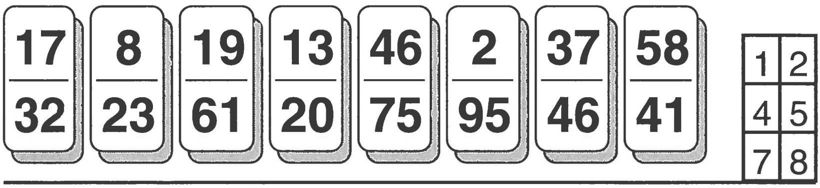
Il y a deux personnes entre Alice et Beth et trois entre Claire et Diane. Elsa est juste entre Claire et Beth. Alice ne suit pas Claire. Laquelle est Flora si elle est plus vers la droite que Diane?



1	2
3	4
5	6

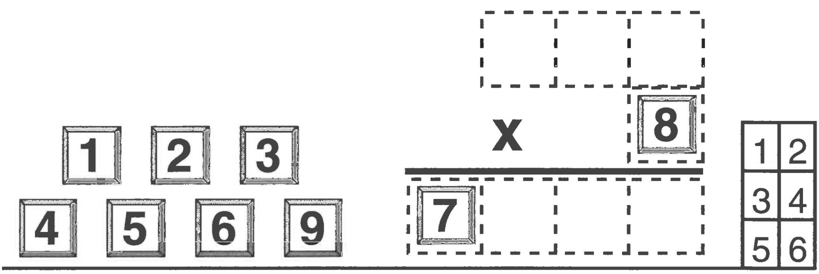
7 - HABILETÉ NUMÉRIQUE Finale 1999

Eliminez les dominos portant un nombre divisible par 3 ou dont la somme des 2 nombres est divisible par 3. Combien en reste-t-il ?



8 - HABILETÉ NUMÉRIQUE Finale 1999

Complétez la multiplication à l'aide des jetons donnés.
L'un d'eux ne servira pas : lequel ?



9 - HABILETÉ NUMÉRIQUE Finale 2000

Pour obtenir des nombres qui contiennent tous un 2 avec les valeurs ci-dessous, il faut

A) Les diviser tous par 2
B) Les multiplier tous par 3
C) Ajouter 4 à tous
D) Soustraire 5 de tous
E) Les diviser tous par 6
F) Les multiplier tous par 7

418 244 816 426 24

A	B
C	D
E	F

10 - COMBINATOIRE DES LETTRES

Ecrivez en toutes lettres le nombre le plus élevé possible avec tous les jetons ci-dessous, sauf un.
Lequel ne servira pas ?

C D E E H I

N S T U X X

C	D
H	I
N	S

11 - COMBINATOIRE DES LETTRES

Dans la citation de Léon-Paul Fargue, ci-dessous, nous avons remplacé les A, H, I, O, U et S par des tirets.
Quelle lettre apparaissait le plus souvent ?

EN _ RT, _ L F_ _T Q_E L_
M_ T_EM_T_Q_E _ E METTE _ _
X _ RDRE_ DE_ F_NT_ME_

A	H
I	O
S	U

12 - COMBINATOIRE DES LETTRES

Quel mot placé horizontalement dans les cases vides permet de former 7 mots verticaux ? Ce mot indique :

1) un sinistre
2) un fragment
3) un champignon
4) un jeu
5) un petit lit
6) du ciment

L	O	G	I	Q	U	E
I	B	O	N	U	S	T
E	L	G	A	U	G	I
R	E	E	S	E	E	S

1	2
3	4
5	6

Solutions

1

OBSERVATION

2 (1 et 3, 7 et 9).

2

OBSERVATION

6
(Pour gagner du temps on peut délimiter une surface identique sur chaque forme 4×4 ou 3×4 petits carrés et on ajoute ou retranche les carrés hors de cette surface. Le nombre total de petits carrés pour chaque forme : 1: 21, 2 : 20, 3 : 22, 4 : 20, 5 : 22, 6 : 24).

3

OBSERVATION

2 et 5.

4

LOGIQUE

1.

5

LOGIQUE

3.

6

LOGIQUE

3
(1 Alice, 2 Diane, 3 Flora, 4 Beth, 5 Elsa, 6 Claire).

Réponses

7

HABILETÉ NUMÉRIQUE

5

(Eliminer $\frac{13}{20}$, $\frac{46}{75}$, $\frac{58}{41}$).

8

HABILETÉ NUMÉRIQUE

1
(Plusieurs solutions sont possibles, mais aucune n'utilise le 1 :
$932 \times 8 = 7456$, $942 \times 8 = 7536$, $953 \times 8 = 7624$, $954 \times 8 = 7632$).

9

HABILETÉ NUMÉRIQUE

B
($418 \times 3 = 1254$, $244 \times 3 = 732$, $816 \times 3 = 2448$, $24 \times 3 = 72$, alors que $\frac{816}{2} = 408$.

10

COMBINATOIRE DES LETTRES

H
(SIX CENT DEUX).

11

COMBINATOIRE DES LETTRES

A
(7 fois. EN ART, IL FAUT QUE LA MATHEMATIQUE SE METTE AUX ORDRES DES FANTOMES).

12

COMBINATOIRE DES LETTRES

2
(Morceau = fragment).

MATHÉMATIQUES SANS FRONTIÈRES

Une compétition vraiment internationale

C'est une compétition entre **classes de troisième et seconde** en **France** et de niveau équivalent à l'**étranger**. Elle est organisée par l'Inspection Pédagogique Régionale et par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'Académie de Strasbourg.

Une **équipe internationale de professeurs de mathématiques** est chargée de la création des sujets : 10 exercices en troisième et 3 de plus en seconde, l'énoncé de l'un d'entre eux est donné en **allemand**, **anglais**, **italien** et **espagnol**, et la solution doit être rédigée dans l'une de ces langues.

La compétition s'adresse aux **classes entières** et c'est la participation de tous, l'esprit d'équipe, l'initiative des élèves et la pratique d'une langue étrangère qui sont valorisés. La difficulté graduée et les thèmes variés des exercices permettent à tous les élèves d'une même classe d'apporter leur contribution et chacun peut y trouver du plaisir selon ses goûts et ses compétences.

L'objectif est ainsi d'ouvrir des frontières entre la France et les pays voisins, entre les établissements scolaires, les entreprises et la cité, entre les mathématiques et les langues vivantes, entre les collèges et les lycées et entre les élèves d'une même classe.

De nombreux lots viennent récompenser les lauréats en présence de leurs professeurs, de personnalités locales et de la presse.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

• **1989/90** : Première édition rassemblant 87 classes et 2400 élèves du nord de l'Alsace.
Depuis, le nombre des participants est en augmentation constante : 280 classes et 7900 élèves en **1990/91**, 2400 classes et 63700 élèves en **1995/96**, 3500 classes et 86700 élèves en **2000/01**.
• 30 secteurs d'organisation répartis dans 25 pays. Des épreuves traduites dans une dizaine de langues différentes. Toutes les équipes concourent à partir des mêmes sujets, élaborés par une équipe de conception internationale, siégeant à Strasbourg.
• Depuis 1992 : participation de l'académie d'Aix-Marseille, avec plus de 12 000 élèves aujourd'hui.
Date de $1^{\text{ère}}$ participation et nombre d'élèves aujourd'hui des principaux pays étrangers :
1990 : Allemagne, 24000 élèves
1991 : Italie, 14000 élèves
Suisse, 5000 élèves
1992 : Royaume-Uni, 5000 élèves
Pologne, 2500 élèves
1993 : Hongrie, 6000 élèves.

PARTENAIRES

Inspection Pédagogique Régionale et IREM.

ÉPREUVES

Par classes entières de troisième et de seconde ou de niveau équivalent.

Catégories : $3^{\text{ème}}$, 10 exercices
2^{nde}, 13 exercices

Les énoncés sont courts, attrayants, s'efforcent de ne mettre en œuvre que des outils élémentaires, les plus variés possibles. Ils sont conformes aux programmes de mathématiques en vigueur dans les pays participants.

COMPÉTITION

Octobre : inscription des classes.
Décembre : épreuve d'entraînement.
Mars : épreuve officielle (1 h 30).
Mai : remise des prix.

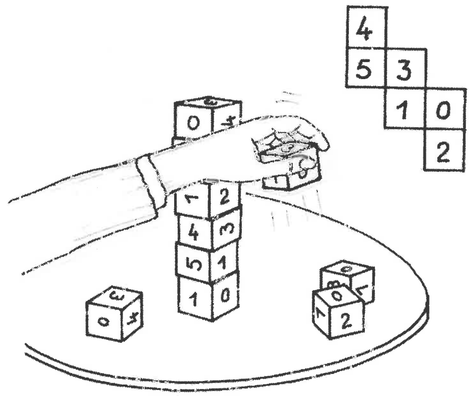
CONTACTS

MATHEMATIQUES SANS FRONTIERES
Lycée Louis Pasteur - 24, rue Humann - 67085 STRASBOURG - France
tél. : 03 88 15 70 60 Fax : +(33) 03 88 15 70 69
e-mail : math_sans_frontieres@email.com
site Internet : www.ac-strasbourg.fr

1 - TOUR DE MAGIE

3e-2nde

Exercice en langue vivante
Solution à rédiger en allemand, anglais, espagnol ou italien (en un minimum de 30 mots).

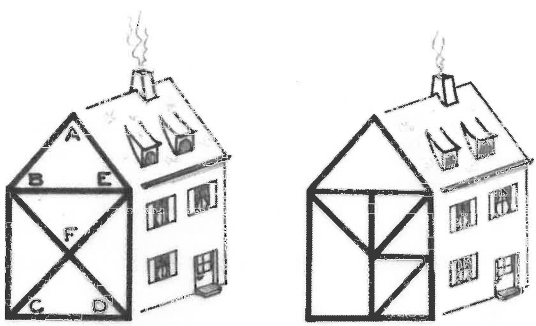


English
Peter has built a tower by piling ten identical cubes on a table. Here is the design of one of them. Peter tells you the number written on the top-side of the tower and asks you : « what is the sum of the numbers written on all visible sides of the tower ? »

How will you go about it ? Explain your answer.

2 - COLOMBAGES

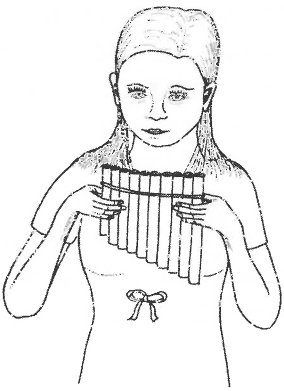
3e-2nde



Anne essaye de tracer les poutres du pignon de sa maisonnette sans lever le crayon et sans repasser sur un segment préalablement tracé.
Elle y réussit assez vite et, après avoir compté le nombre de segments issus de chaque point nommé, elle comprend qu'il n'y a que deux points possibles pour le début ou la fin du tracé.

En respectant la règle du jeu d'Anne, montrer qu'il est possible de tracer les poutres du pignon de la deuxième maisonnette . Donner les étapes du tracé.

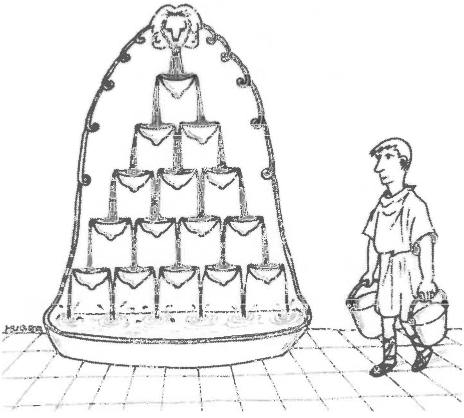
3 - PAS FACILE A... 3^{e}-2nde



Aurélie veut fabriquer une flûte de Pan formée de 10 tuyaux donnant une suite de 10 notes qu'elle appelle « do - ré - mi - fa - sol - la - si - do - ré - mi ».
Le tuyau qui donne le son le plus grave a une longueur de 16 cm.
Si elle divise la longueur d'un tuyau quelconque par 2, elle obtient une note plus aiguë située une octave au-dessus.
Si elle prend les 2/3 de la longueur d'un tuyau quelconque, elle obtient une note plus aiguë située une quinte au-dessus. Exemples : do - sol, ré - la.

Sans utiliser d'autres longueurs, calculer les longueurs exactes des 10 tuyaux, les ranger dans l'ordre décroissant puis représenter la flûte d'Aurélie à l'échelle 1. Le diamètre extérieur des tuyaux est égal à 1 cm.

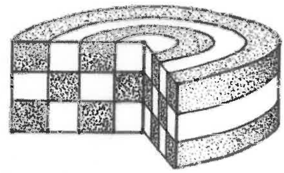
4 - FONTAINE ROMAINE 3^{e}-2nde



Toutes les vasques de la fontaine débordent. A chaque étage la moitié du volume ajouté à une vasque s'écoule dans chacune des deux vasques placées en dessous. Pendant la journée un mètre cube coule dans la vasque supérieure.

Exprimer sous forme de fraction de ce mètre cube le volume d'eau s'écoulant dans chaque vasque de la fontaine.

5 - UN DESSERT POUR FINIR 3^e-2^{nde}

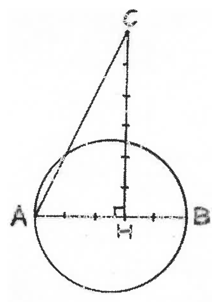


Le gâteau de Mamie est superbe et plein de surprises. Quand on le coupe, on découvre qu'elle s'est donné bien du mal à le faire ! Il est formé de deux pâtes différentes : l'une est à la vanille et l'autre au chocolat. Il comprend trois étages de même hauteur. Le moule qui a permis de le faire est circulaire. Le damier qu'on obtient sur la tranche est constitué de 12 rectangles de mêmes dimensions. Il suffit de le regarder pour en avoir un avant-goût !

En comptant les rectangles blancs et les rectangles noirs, un de ses petits-fils, Gaston, s'exclame : « Tiens, on dirait que dans le gâteau il y a autant de vanille que de chocolat ! »

Gaston a-t-il raison ? Justifier la réponse.

6 - TO Π OR NOT TO Π 3^e - 2^{nde}



Vers 1680, Thomas Hobbes proposa les étapes de la construction suivante :

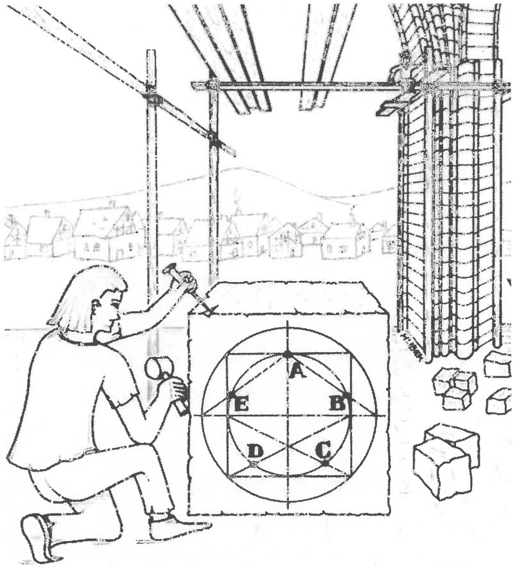
- construire un cercle de 1 décimètre de diamètre
- partager un de ses diamètres en 5 parties égales
- enfin, construire le triangle rectangle AHC tel que HC = 6/5 dm, comme sur la figure.

Il prétendit alors que le périmètre du triangle AHC est exactement égal à π dm.

Que pensez-vous de l'affirmation de Thomas Hobbes ? Justifiez la réponse.

7 - ERREUR DE TAILLE

3e - 2nde



Dans le but d'obtenir un pentagone régulier, les bâtisseurs du Moyen-Age utilisaient la construction suivante :
on trace un carré et ses médianes, puis le cercle inscrit dans le carré et le cercle circonscrit à ce carré, enfin les points A, B, C, D, E sur le cercle inscrit comme l'indique la figure.

Les points A, B, C, D, E sont-ils régulièrement espacés sur ce cercle ? Justifier votre réponse.

8 - C' EST PUISSANT

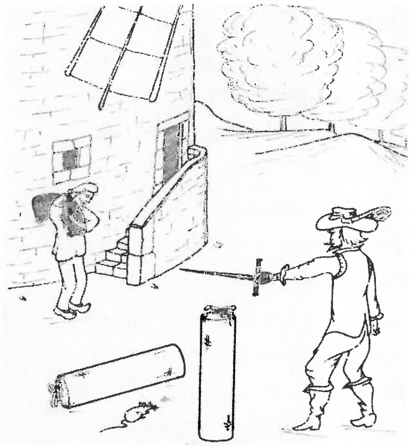
3e - 2nde

Eliane a trouvé sur sa calculatrice une puissance de 2000 qui, dans l'écriture décimale, compte exactement 100 chiffres. Elle se demande s'il existe une puissance de 2000 qui s'écrive avec 1000 chiffres exactement.

Donner la puissance de 2000 trouvée par Eliane puis répondre à sa question. Justifier.

9 - PROBLEME DE PIEDS 3e-2nde

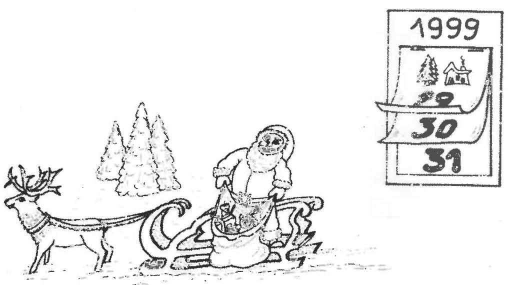
Chez le meunier Tudor, le mousquetaire Jacques commande 1 sac de blé cylindrique de 4 pieds de haut et 6 pieds de tour. Le meunier lui propose à la place 2 sacs de blé cylindriques de 4 pieds de haut mais de 3 pieds de tour chacun, en lui affirmant que cela donne le même volume de blé.
Jacques, qui sait calculer, dégaine son épée et la pointe sur le meunier.



Donner l'explication mathématique de son geste.

D'après Jacques OZANAM (1640-1717)

10 - COURSE AUX ETRENNES 3e-2nde



Grégoire et Juliette jouent avec les dates d'une même année. Celui qui commence donne le numéro d'un jour de janvier, par exemple le 6 janvier. Ensuite, chaque joueur à son tour donne une date ultérieure mais en conservant soit le numéro du jour, soit le mois de la date que vient de donner l'autre joueur.
Par exemple, après le 6 janvier, il est possible de dire 10 janvier, 20 janvier ou 6 février, 6 avril, 6 septembre… Le vainqueur est le premier qui dit "31 décembre".

Après quelques parties, Juliette affirme qu'il existe une stratégie qui permet de gagner à coup sûr. Expliquer cette stratégie.

11 - LE 8^e DEGRE

3^e-2nde

Un vendeur de cordes d'escalade dispose d'une table d'exactement 1 mètre de long.
Les opérations qui lui sont possibles sont : mesurer un mètre, ajouter ou retrancher un mètre et doubler les longueurs.
Anaïs a besoin d'une corde de 44 m, Barbara d'une corde de 63 m et Claude d'une corde de 72 m.
Le vendeur prépare séparément ces cordes et a besoin, pour chacune d'elles, de 8 opérations exactement.

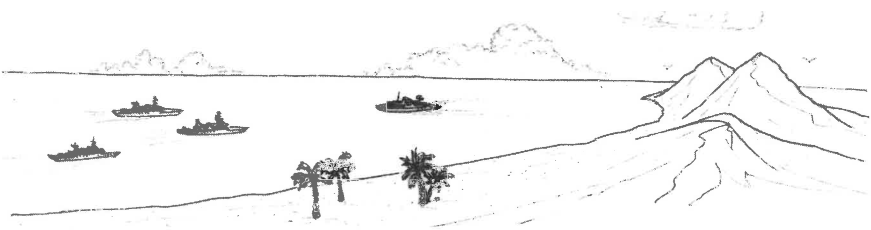
Comment fait-il dans chaque cas ?

12 - CORVETTE EN TETE

3^e-2nde

Quelque part en mer, une flottille navigue à cap constant à la vitesse de 12 nœuds, c'est-à-dire 12 milles par heure. Une corvette part en avant pour reconnaître le secteur ; sa vitesse passe alors à 24 nœuds. Après avoir parcouru 60 milles, la corvette fait demi-tour pour rejoindre le reste de la flottille.

Quel temps, en heures et en minutes, s'est-il écoulé entre le départ et le retour de la corvette, en supposant les vitesses constantes entre ces deux instants ?



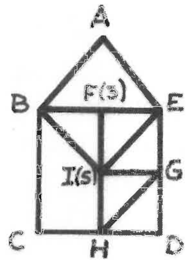
Solutions

1 TOUR DE MAGIE

La somme des nombres de deux faces parallèles est 5 ; celle de quatre faces latérales d'un cube est $2 \times 5 = 10$. Donc la somme des nombres de toutes les faces latérales des dix cubes de la tour est 100. Si n est le numéro inscrit sur la face supérieure, **la somme des nombres des faces visibles est donc : $100 + n$.**

2 COLOMBAGES

Appelons "degré" d'un point le nombre de segments à tracer dont ce point est une extrémité.
S'il y a des sommets de degré impair, ce sont ceux de départ et d'arrivée, tous les autres sommets étant de degré pair.
Seuls les points F et I de la figure sont de degré impair. On peut, par exemple, tracer le circuit FBAEGDHGIHCBIEFI.

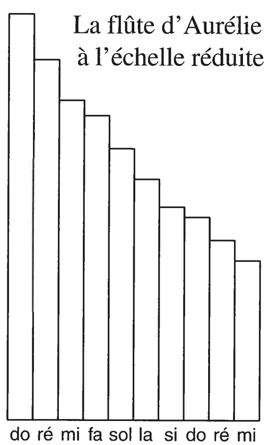


3 PAS FACILE A...

Le calcul se fait en suivant l'ordre « do - sol - ré 2 - ré - la - mi 2 - mi - si » et « do - do 2 - fa ».

do	ré	mi	fa	sol	la	si	do 2	ré 2	mi 2
16	$\frac{128}{9}$	$\frac{1024}{81}$	12	$\frac{32}{3}$	$\frac{256}{27}$	$\frac{2048}{243}$	8	$\frac{64}{9}$	$\frac{512}{81}$
	$\approx 14{,}2$	$\approx 12{,}6$		$\approx 10{,}7$	$\approx 9{,}5$	$\approx 8{,}4$		$\approx 7{,}1$	$\approx 6{,}3$

En partant de 16 cm pour do, pour une flûte plus grande, on obtient 0,125 cm pour la 7[e] octave ($16 \times 0{,}5^7$) mais 0,1233 cm par 12 quintes ($16 \times (2/3)^{12}$). Les calculs peuvent donc conduire à des différences de mesures qui seront invisibles sur le dessin. En effet, mathématiquement aucune puissance de 2 n'est une puissance de 3 et vice-versa.
Cette méthode de construction des fréquences et donc des longueurs d'ondes est attribuée à Pythagore.



La flûte d'Aurélie à l'échelle réduite

4

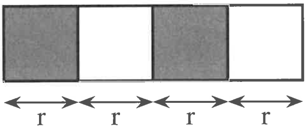
FONTAINE ROMAINE

1
1/2 1/2
1/4 2/4 1/4
1/8 3/8 3/8 1/8
1/16 4/16 6/16 4/16 1/16

5

UN DESSERT POUR FINIR

- En échangeant les parts de vanille et de chocolat des 2 couches supérieures on se ramène à une couche de vanille et à une de chocolat : il y a donc autant de vanille que de chocolat sur les 2 couches supérieures.
- Il reste à comparer les volumes de pâte à la vanille et au chocolat sur la couche inférieure.



Il suffit de comparer les aires des bases des parties chocolat et vanille.

Pour la vanille : $\pi r^2 + \pi(9r^2 - 4r^2) = 6\pi r^2$.

Pour le chocolat : $\pi(4r^2 - r^2) + \pi(16r^2 - 9r^2) = 10\pi r^2$.

Le gâteau comporte donc plus de chocolat que de vanille : **Gaston a tort**.

6

TO Π OR NOT TO Π

D'après le théorème de Pythagore appliqué au triangle AHC, rectangle en H,

$AC^2 = AH^2 + HC^2 = (3/5)^2 + (6/5)^2 = 45/25$.

D'où : $AC = (3\sqrt{5})/5$ dm.

Le périmètre de AHC est :

$P = 3/5 + 6/5 + (3\sqrt{5})/5 = (9+3\sqrt{5})/5$ dm $\approx 3{,}141640786$.

Or $\pi \approx 3{,}1415926535$ (“que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages…”)

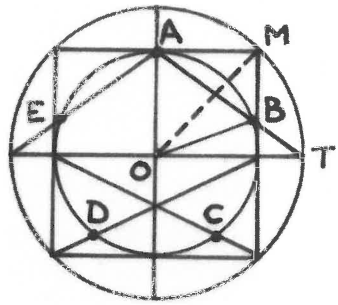
Thomas Hobbes a tort, mais sa construction donne une bonne approximation de π à 5×10^{-5} près, par excès.

Solutions

7

ERREUR DE TAILLE

Dans le triangle rectangle OAT, on a :



$\tan \widehat{OAT} = \dfrac{OT}{OA} = \sqrt{2}$, car OT = OM

et $OM^2 = OA^2 + AM^2 = 2\,OA^2$

donc $OT = OA\sqrt{2}$.

On en déduit $\widehat{OAT} \approx 54{,}73°$.

Dans le triangle isocèle OAB,

on en déduit $\widehat{AOB} \approx 70{,}54°$,

alors que, dans un pentagone régulier,

l'angle $\widehat{AOB}$ devrait mesurer 360°/5 = 72°.

Le pentagone ABCDE n'est donc pas régulier.

8

C' EST PUISSANT

$2000^{30} = (2\times 10^3)^{30} = 2^{30}\times 10^{90} = 1\,073\,741\,824\times 10^{90}$

donc 2000^{30} a 100 chiffres.

$2000^{302} = 2^{302}\times 10^{906} \approx 8{,}148\times 10^{90}\times 10^{906} \approx 8{,}148 \approx 10^{996}$

donc 2000^{302} a 997 chiffres.

$2000^{303} = 2^{303}\times 10^{909} \approx 1{,}6296\times 10^{91}\times 10^{909} \approx 1{,}6296\times 10^{1000}$

donc 2000^{303} a 1001 chiffres.

Il n'existe aucune puissance de 2000 avec 1000 chiffres.

9

PROBLEME DE PIEDS

Le sac de blé de 4 pieds de hauteur et de 6 pieds de tour a pour volume :

$4\times\left(\dfrac{6}{2\pi}\right)^2\times\pi = \dfrac{36}{\pi}$ en "*pieds cubes*".

Les 2 autres sacs de 4 pieds de hauteur et de 3 pieds de tour ont un volume total de :

$2\times 4\times\left(\dfrac{3}{2\pi}\right)^2\times\pi = \dfrac{18}{\pi}$ en "*pieds cubes*".

Donc deux sacs ont un volume total qui est la moitié de celui du grand sac.

Ceci explique le geste du mousquetaire Jacques.

10

COURSE AUX ETRENNES

Il faut jouer en commençant par le **20 janvier** puis passer au 21 février, 22 mars, 23 avril, 24 mai, 25 juin, 26 juillet, 27 août, 28 septembre, 29 octobre, 30 novembre et enfin 31 décembre.

11

LE 8e DEGRE

$$1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{\times 2} 6 \xrightarrow{\times 2} 12 \xrightarrow{-1} 11 \xrightarrow{\times 2} 22 \xrightarrow{\times 2} 44$$

$$1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{\times 2} 4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{\times 2} 16 \xrightarrow{\times 2} 32 \xrightarrow{\times 2} 64 \xrightarrow{-1} 63$$

$$1 \xrightarrow{\times 2} 2 \xrightarrow{\times 2} 4 \xrightarrow{\times 2} 8 \xrightarrow{+1} 9 \xrightarrow{\times 2} 18 \xrightarrow{\times 2} 36 \xrightarrow{\times 2} 72$$

12

CORVETTE EN TETE

Au moment où la corvette fait demi-tour, elle a parcouru 60 milles : donc le reste de la flottille, qui va 2 fois moins vite, a parcouru 30 milles (et se trouve à 30 milles de la corvette).

Donc la corvette est de retour après avoir fait 20 milles en sens inverse (le reste de la flottille, qui va 2 fois moins vite, fera 10 milles).

En tout, la corvette aura fait 80 milles en 80/24h = 3h 1/3 = **3h 20min**.

RALLYE MATHÉMATIQUE TRANSALPIN

Le Rallye mathématique transalpin (RMT) est une compétition entre classes du primaire et du secondaire (degrés 3 à 8 de la scolarité obligatoire, élèves de 6 à 14 ans). Il se déroule actuellement en Suisse romande, dont il est originaire, au Tessin, dans une douzaine de provinces ou régions d'Italie, en France dans le département de l'Ain, au Luxembourg, à Prague et en Israel.

Les **objectifs** sont, pour les élèves : la résolution de problèmes, le travail en équipe, le débat scientifique et la justification des solutions.

Pour les maîtres, le RMT permet d'observer des élèves en activité de résolution de problème, d'exploiter les sujets dans leur enseignement des mathématiques, de participer à l'élaboration ou à l'analyse des résultats, de se constituer une collection de problèmes expérimentés dont les stratégies et procédures de résolution ont été explicitement relevées.

Pour les chercheurs en didactique qui participent au projet, le RMT offre une source très riche de résultats, d'observations et d'analyses.

Les **épreuves** (un entraînement qui détermine l'inscription de la classe, deux épreuves " officielles ", une finale pour les classes qualifiées) sont constituées de 5 à 7 problèmes, de difficultés variées, afin que chaque élève puisse être actif et que l'ensemble de la tâche soit trop lourd pour un seul individu, aussi doué soit-il. En l'absence de leur enseignant, les élèves disposent de 50 minutes pour s'organiser, résoudre les problèmes, adopter une seule réponse pour la classe et la rédiger de manière très explicite, avec les justifications nécessaires, en décrivant leurs démarches et solutions.

Des **journées d'études internationales** permettent aux animateurs des différents pays participants de conduire des analyses a priori ou a posteriori et de déterminer les exploitations didactiques des problèmes du RMT.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1993 : création du *Rallye mathématique romand* ouvert aux classes des degrés 3 à 5 de l'école primaire (8 - 11 ans). 20 classes y participent.

1996 : le *Rallye mathématique romand* devient *Rallye mathématique transalpin* avec la participation de classes italiennes.

1997 : ouverture aux classes de degré 6 et extension à la région de Bourg-en-Bresse. Premières journées d'études internationales.

1998 : ouvertures aux classes des degrés 7 et 8, extension, extension à d'autre régions d'Italie et au Luxembourg. Participation totale de 500 à 600 classes.

1999 : publication des actes des deux premières journées d'études de Brigue.

2000 : extension en Israel et à Prague.

2002 : près de 2000 classes participent au 10e RMT, 6èmes journées d'étude internationales publication des actes des 3e et 4e journées d'études de Siena et Neuchâtel, création de l'Association du Rallye Mathématique Transalpin (ARMT) au niveau international.

ÉPREUVES

Collectives, par classes.

6 catégories, des degrés 3 à 8 (8 à 14 ans).

Problèmes : 5 à 7, à résoudre en 50 minutes, de difficultés échelonnées. Beaucoup de problèmes sont communs à plusieurs catégories.

Les solutions sont à rédiger avec explications détaillées, prises en compte pour l'attribution des points.

La préparation des problèmes est faite en coopération par les différentes équipes régionales et nationales. Les traductions (en français, italien, allemand, hébreu et tchèque) sont rigoureusement comparées.

COMPÉTITION

1. Épreuve d'entraînement en décembre, sous la responsabilité du maître. La classe s'inscrit en cas d'intérêt.
2. Épreuves I et II, de janvier à avril. Sur la base d'un barème unique, par catégorie. Les corrections et les classements sont organisés au plan régional.
3. Finales régionales, en mai ou juin. Les classes qualifiées sont réunies dans un même établissement scolaire et disputent l'épreuve finale.
4. Une analyse comparée des solutions des meilleures classes finalistes de chaque région permet d'attribuer un titre de classe “championne” de chaque catégorie au plan international.

PARTENAIRES

L'association ARMT.
Les revues Math-Ecole et L'educazione Matematica.
L'unité locale de recherche en didactique du département de mathématiques de l'Université de Parme, Italie.
Divers instituts de formation des maîtres et départements de mathématiques universitaires, selon les régions.

CONTACTS

Site Internet : www.irdp.ch/rmt

ARMT, François Jaquet, rédacteur de Math-École, Neuchâtel (CH).
e-mail : fr.jaquet@bluewin.ch

Lucia Grugnetti, Unité locale de recherche en didactique de l'Università di Parma
e-mail : lucia.grugnetti@unipr.it

1 - LES BOÎTES DE COULEUR Cat. 3

Sur une étagère, il y a une rangée de boîtes.

- Il y a moins de 20 boîtes.
- Quatre boîtes sont jaunes, les autres sont rouges.
- Entre une boîte jaune et la boîte jaune suivante, il y a toujours trois boîtes rouges.
- La troisième boîte depuis la gauche est jaune et la septième boîte depuis la droite est aussi jaune.

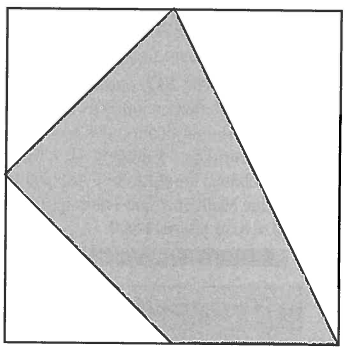
Dessinez la rangée de boîtes et coloriez-les.

2 - LE JARDIN DE MR TORDU Cat. 3, 4

Voici le jardin de Monsieur Tordu :
il a planté des fleurs dans la partie grise.
Il a semé du gazon dans la partie blanche.

Monsieur Tordu observe son jardin et se demande :
"Quelle est la plus grande partie de mon jardin, celle avec les fleurs ou celle avec le gazon ?"

Et vous, qu'en pensez-vous ?
Expliquez votre réponse.



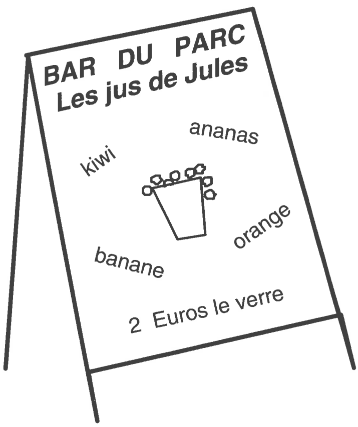
3 - LES CARAMELS DE CHARLIE Cat. 3, 4

Charlie est un enfant très gourmand.
Pour son anniversaire, il a reçu une boîte de 28 caramels.
Chaque jour, il en mange le double du jour précédent. En trois jours, Charlie a mangé tous ses caramels.

Combien de caramels Charlie a-t-il mangés chaque jour ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

4 - BAR DU PARC

Cat. 3, 4



Au Bar du Parc, Jules prépare des jus de fruits.

Il a quatre sortes de fruits : des ananas - des oranges - des kiwis - des bananes.

Anne a choisi un jus “orange-ananas”,

Bertrand a choisi un jus “orange”,

Caroline a choisi le mélange des “quatre sortes de fruits”,

et il y a encore beaucoup d’autres choix possibles.

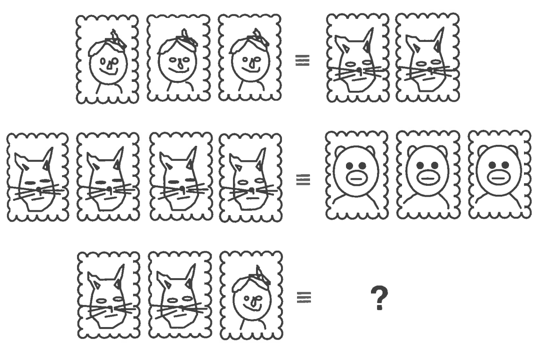
Avec ses quatre sortes de fruits, combien de jus de fruits différents Jules peut-il préparer pour ses clients ?
Indiquez lesquels.

5 - LES TIMBRES

Cat. 3, 4, 5

En Transalpie, il n’y a que trois sortes de timbres représentant des poupées, des chats et des ours.

- 3 poupées valent 2 chats
- 4 chats valent 3 ours



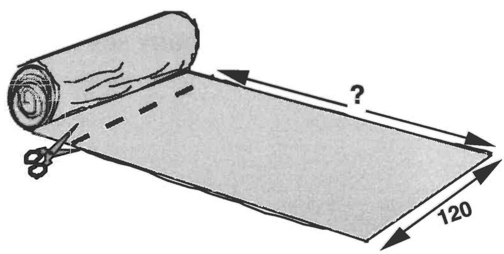
Combien d’ours faut-il pour remplacer deux chats et une poupée ?
Expliquez votre raisonnement.

6 - LE MARCHAND DE SOIE Cat. 4, 5, 6

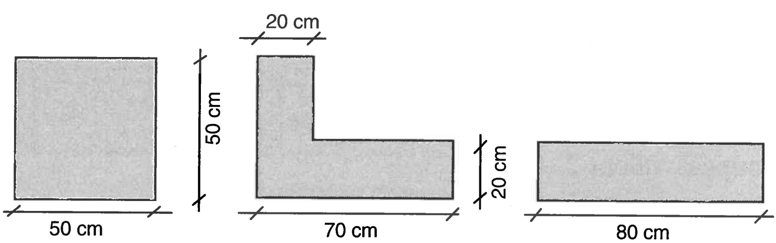
Un marchand de soie descend de son navire. Il doit parcourir 120 lieues pour se rendre au château du roi. Il commence le voyage à pied et le termine dans un carrosse que le roi a envoyé à sa rencontre.
Le marchand et le carrosse partent au même moment.
À pied, le marchand parcourt 10 lieues par jour. Le carrosse parcourt 20 lieues par jour.

Au bout de combien de jours le marchand arrivera-t-il au château ?
Expliquez comment vous avez trouvé la réponse.

7 - LE TAILLEUR Cat. 5, 6, 7, 8



Un tailleur doit acheter une étoffe, avec le même dessin sur les deux faces, qui coûte 10 euros au mètre. La pièce, à découper dans un rouleau, a 120 cm de largeur. Il en faut une quantité suffisante pour y découper 3 carrés, 3 figures en forme de “L” et 3 rectangles dont les mesures sont :



Le tailleur veut dépenser le moins possible.

De quelle longueur doit être la pièce d’étoffe rectangulaire à acheter ?
Expliquez votre raisonnement et montrez par un dessin comment il doit découper les figures.

8 - COLLECTION DE TIMBRES Cat. 4, 5, 6

Pierre a 45 timbres, en partie italiens et en partie français. Il veut commencer une collection de timbres italiens seulement. Il décide alors de se faire donner des timbres italiens en échange de ses timbres français par son ami André, qui collectionne des timbres du monde entier. Ils se mettent d'accord sur la règle d'échange suivante :

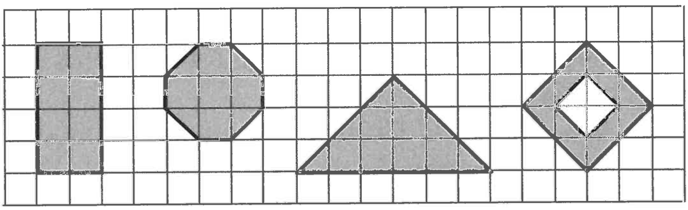
3 timbres français contre 5 timbres italiens.

À la fin des échanges, Pierre est satisfait. Il possède 51 timbres, tous italiens.

Combien de timbres français avait-il dans sa collection au départ ?
Expliquez votre raisonnement.

9 - DÉCORATION Cat. 5, 6, 7

Un peintre a peint ces quatre figures différentes sur un mur, chacune avec une couche de peinture de la même épaisseur.



Il a utilisé des pots de peinture de même grandeur :
- 18 pots de rouge pour une des figures
- 21 pots de bleu pour une autre figure,
- 27 pots de jaune pour une autre figure
- des pots de noir pour la figure qui reste.

À la fin de son travail, tous les pots étaient vides.

Indiquez la couleur de chaque figure.
Combien de pots de peinture noire a-t-il utilisés ?
Expliquez comment vous avez trouvé.

10 - LE RAPT DE JASMINE Cat. 6, 7, 8

Le terrible Jafar a enlevé la princesse Jasmine et la retient prisonnière dans une des trois cellules de son palais.
Aladin, accouru pour libérer Jasmine, se trouve devant les trois portes des cellules, portant chacune une indication, dont une seule est vraie.

Aladin sait qu'il ne pourra ouvrir qu'une seule cellule avant que les gardes n'arrivent.

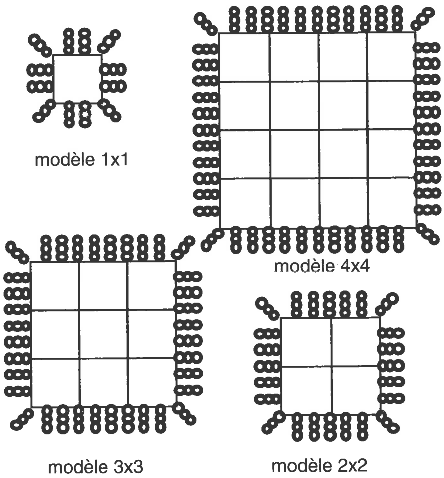
Quelle porte Aladin va-t-il ouvrir pour trouver Jasmine ?
Expliquez votre raisonnement.

11 - LA FERRARI Cat. 7, 8

Depuis longtemps, Cirillo et Antonio rêvent chacun de s'acheter une belle Ferrari rouge. Mais cette voiture coûte 100000 Euros et ils n'ont pas l'argent nécessaire.
Nous sommes en l'an 2000. Cirillo vient d'hériter 50000 Euros. Il décide de mettre cette somme de côté pour l'achat de la Ferrari, d'y ajouter 25000 Euros l'an prochain, 12500 en 2002 et, ainsi de suite. Il ajoutera ainsi chaque année la moitié de la somme économisée l'année précédente.
Antonio n'a pas fait d'héritage, mais il décide qu'en 2001, il épargnera 30000 Euros, qu'en 2002 il ajoutera la moitié de cette somme, en 2003 le tiers, en 2004 le quart, en 2005 le cinquième et ainsi de suite. Chaque année, il ajoutera donc une somme équivalente à 30000 divisé par le nombre formé des trois derniers chiffres de l'année.

Qui arrivera à acheter la Ferrari ? Et quand ?
Donnez les détails de vos calculs.

12 - TAPIS CARRÉS Cat. 7, 8



La maison MOMBO TAPIS S.A. ne fabrique que des tapis carrés, constitués de carrés blancs et d'une bordure de chaînettes.
Voici les quatre premiers modèles : 1x1, 2x2, 3x3, 4x4. Les modèles 5x5 à 12x12 sont en stock. La maison fabrique encore des modèles plus grands, sur commande.

Un client, M. Ali, demande un modèle où le nombre de carrés blancs est le même que celui des chaînettes.
Un autre client, M. Baba, demande un modèle où il y a 40 carrés blancs de plus que de chaînettes.

La maison MOMBO TAPIS pourra-t-elle répondre à leurs demandes ? Expliquez vos réponses.

13 - PAVÉS AU CHOCOLAT Cat. 8

La confiserie "Douceurs" produit deux types de pavés au chocolat, certains sont en chocolat noir, d'autres sont à la liqueur, avec un espace libre à l'intérieur.
Tous les pavés ont exactement les mêmes dimensions extérieures. Ils sont empilés dans des boîtes identiques qu'ils remplissent entièrement.
Une boîte pleine de pavés à la liqueur pèse 220 grammes et une boîte pleine de pavés noirs pèse 270 grammes.
Une boîte pleine, contenant des pavés noirs et des pavés à la liqueur, pèse 235 grammes. Il y a une différence de 16 entre les nombres des deux sortes de pavés.

Combien y a-t-il de pavés de chaque sorte dans cette boîte ? Expliquez votre raisonnement.

Solutions

1

LES BOÎTES DE COULEUR

Les boîtes de la rangée, de gauche à droite, sont de couleurs RR J RRR J RRR J RRR J RR.

2

LE JARDIN DE MR TORDU

Il y a de nombreux découpages ou pavages possibles pour montrer que **les deux parties ont des aires égales**, mais de très nombreux groupes d'élèves confondent aire et périmètre.

3

LES CARAMELS DE CHARLIE

Résolution par tentatives organisées ou résolution par "parties" : le premier jour une, le deuxième jour deux, et le troisième jour quatre, au total 7 parties, pour conclure que **Charlie a mangé 4 caramels le premier jour, 8 le second et 16 le troisième**.

4

BAR DU PARC

Deux méthodes de résolution pour arriver aux **15 cocktails** : par nombre de fruits (1 à 4 fruits, 4 à 3, 6 à 2 et 4 à 1) ou par type de fruits et éliminations successives (8 avec des kiwis, 4 restants avec orange, 2 avec ananas et 1 avec orange).

5

LES TIMBRES

À partir des relations d'équivalence données, on peut en trouver d'autres, par "proportionnalité élémentaire" (par exemple: si 3 poupées valent 2 chats, alors 6 poupées valent 4 chats, ...) mais il est encore plus simple d'attribuer une valeur (par exemple 10 à une poupée, donc 15 au chat et 20 à l'ours) et la réponse se calcule simplement : **2 ours**.

6

LE MARCHAND DE SOIE

Le croisement se produit après 4 jours, mais il ne faut pas oublier que le carrosse doit encore retourner au château, ce qui fait **8 jours en tout**. De nombreuses procédures, jour par jour, graphiques, calculatoires… apparaissent, ainsi que de très nombreuses réponses erronées : 4 jours, 9, 12, …

7

LE TAILLEUR

Les calculs le montrent, mais la recherche d'une solution optimale dans une **bande de 160 cm de longueur** est plus difficile.

8

COLLECTION DE TIMBRES

Se rendre compte qu'à chaque échange Pierre gagne 2 timbres et en déduire qu'il a effectué 3 échanges pour gagner 6 timbres 51-45. Puis compter que pour effectuer 3 échanges, **Pierre avait 9 timbres français au départ**. La séquence 45 - 3 + 5 = 47 ; 47 – 3 + 5 = 49 ; 49 – 3 + 5 = 51 permet aussi d'arriver à la solution.

9

DÉCORATION

La tâche est longue et riche, après avoir trouvé les aires (6, 7, 8 et 9 carrés), il faut encore placer judicieusement les nombres de pots de peinture. **Le rectangle est noir, de 24 pots, l'octaèdre est bleu, le triangle jaune et le double carré rouge**.

10

LE RAPT DE JASMINE

On peut procéder par hypothèses successives ou constater que les indications 1 et 3 sont la négation l'une de l'autre et que l'une des deux doit être vraie et que, par conséquent l'indication 2 est certainement fausse et que, par conséquent, **Jasmine doit être dans la cellule 2**.

11

LA FERRARI

Cirillo ne pourra jamais atteindre 100000 avec sa suite, même s'il s'en approche En revanche, **Antonio y arrivera en 2016**. Il suffit de calculer les sommes successives : 99546 en 2015 et 102421 en 2016.

12

TAPIS CARRÉS

Procéder en écrivant la suite des carrés et celle des multiples de 12.
Pour M. Ali, la demande pourra être honorée, par le modèle 12x12.
On peut aussi résoudre l'équation $n^2 = 12n$.
M. Baba, ne pourra pas obtenir son tapis car l'équation $n^2 - 12n = 40$ n'a pas de solutions entières.

13

PAVÉS AU CHOCOLAT

La tâche est fort complexe. Il y a, en tout, **40 pavés : 28 à la liqueur et 12 noirs**.

CONCOURS NATIONAL TUNISIEN DE MATHÉMATIQUES A.T.S.M.

Instrument privilégié de motivation des lycéens pour les mathématiques, le Concours national de mathématiques organisé par l'Association Tunisienne des Sciences Mathématiques (A.T.S.M.) est ouvert aux meilleurs élèves de sixième année du secondaire. Il leur permet de mettre en valeur leur capacité à appréhender les situations nouvelles faisant intervenir les qualités de patience, d'intuition, de finesse et de rigueur.

Le Concours national représente pour l'A.T.S.M. et donc pour les enseignants de mathématiques en Tunisie, un des instruments privilégiés pour évaluer des aspects de l'enseignement des mathématiques, en particulier le degré d'assimilation de certains concepts importants. Il permet également de recenser quelques types d'erreurs de nature à mener les enseignants à changer d'attitude et de comportement pédagogiques dans l'introduction de certaines notions.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le concours se déroule chaque année au mois de mai, depuis 1976.

Une préparation des jeunes lauréats est prise en charge par l'ATSM en vue des Olympiades maghrébines et internationales.

L'ATSM organise aussi depuis quelques années les phases tunisiennes (demi-finales et finale nationale) du championnat international des jeux mathématiques FFJM.

ÉPREUVES

Individuelles.
Catégorie : 6ème année du secondaire.
Exercices : Aucun programme officiel, aucune érudition supposée. Les énoncés sont choisis de manière à ce que les candidats puissent utiliser leurs connaissances et les méthodes qu'ils ont acquises en secondaire.

COMPÉTITION

Les élèves sont sélectionnés par établissement.
Le concours a lieu chaque année au mois de mai.

PARRAINS

Ministère de l'Éducation Nationale de Tunisie.

Revue de l'ATSM :
Omar Khayyam

CONTACTS

ASSOCIATION TUNISIENNE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES
Bechir Kachoukh
43, rue de la Liberté
2019 Le Bardo
Tunis TUNISIE
Tél : (216) 1 261 455
Fax : (216) 568 954

1 - EXERCICE 1 $1^{\text{ère}}$

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction

$$\begin{aligned} F : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto a x^2 \end{aligned}$$

où a est un réel donné non nul.

Démontrer qu'il existe un point T de l'axe des ordonnées et une droite Δ parallèle à l'axe des abscisses tels que :

Pour tout point M de $\mathscr{C}$,

MT = MH

où H est le projeté orthogonal de M sur Δ.

2 - EXERCICE 2 $1^{\text{ère}}$

On désigne par a, b, c les longueurs respectives des côtés [BC], [CA], [AB] d'un triangle ABC et par A, B, C les mesures en radians des angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ de ce triangle.

Montrer que si $a + b = \operatorname{tg}\dfrac{C}{2}\left[a \operatorname{tg} A + b \operatorname{tg} B\right]$,

alors le triangle ABC est isocèle.

3 - EXERCICE 3 — 1ère

On désigne par I le centre du cercle inscrit d'un triangle ABC.
La droite (AI) recoupe le cercle circonscrit en D.
Soient E et F les projetés orthogonaux de I sur (BD) et (DC) respectivement.

1- Démontrer que $DB = DC = DI$.

2- On suppose que $AD = 2(IE + IF)$.
Montrer alors que $\widehat{BAC} = \dfrac{\pi}{6}$.

4 - EXERCICE 4 — 1ère

On pose :

$$t_n = \left(1+\sqrt{3}\right)^n + \left(1-\sqrt{3}\right)^n \quad \text{où } n \text{ est un entier positif ou nul.}$$

1- Montrer que t_n est un nombre entier pour tout n.

2- Démontrer la relation :

$$t_{n+1} = 2(t_n + t_{n-1}) \quad \text{pour tout } n \geqslant 1.$$

3- Démontrer que pour tout n

$$\frac{t_n}{2^{k_n}} \text{ est un entier, où } k_n = E\left(\frac{n+2}{2}\right).$$

On rappelle que pour tout réel x, $E(x)$ est la partie entière de x, c'est à dire le plus grand entier relatif inférieur ou égal à x.

4- Démontrer que pour tout n :

$$\frac{2^{n+1} + t_{2n+1}}{2^{n+2}} \text{ est un entier.}$$

Nota bene
(On pourra pour les questions **3-** et **4-** raisonner par récurrence).

CHAMPIONNAT DU NIGER

Voici, proposé par l'ASSOCIATION NIGERIENNE DE JEUX MATHEMATIQUES, des extraits du championnat annuel de jeux mathématiques du Niger, qui attire plusieurs centaines de participants, dont les meilleurs vont représenter le Niger en France.
Les énoncés, parus dans le SAHEL DIMANCHE, proviennent de sources diverses. Quelques-uns ont été adaptés à partir de problèmes du championnat FFJM. D'autres nous ont été communiqués par des fidèles. Tous ces problèmes ont été sélectionnés, sinon créés, par Ali Dan Faraouta, Boubé Mamane, Rabiou Ousman, Djibrilla Harouna, Yves Bensimon, Philippe Goaillard, Pierre Guinamant, Hassane Hamidou Amadou, Issoufou Seydou Sanda, Guy Larchevêque, Marc Moreau, Nouhou Adama Maîga, René Noudagbé, Saley Nouhou et Zouleyhatou Ibrah sans oublier ceux qui ont quitté le Niger : Serge Camgrand, Pierre Chevrault, Bernard Cuvillier, mais qui sont encore parmi nous pour tout ce qu'ils ont laissé.
L'A.N.J.M. est membre du C.I.J.M. et commence à avoir une reconnaissance hors du Niger puisque les revues, comme Tangente et le Jeune Archimède ont consacré des articles à son sujet. De plus, certains de nos problèmes proposés régulièrement dans le SAHEL DIMANCHE sont repris dans des manuels de mathématiques utilisés dans de nombreux collèges et lycées de France (ainsi qu'au lycée La Fontaine de Niamey).
L'A.N.J.M. œuvre également dans d'autres directions pour promouvoir les mathématiques ludiques : une équipe assure par exemple l'animation «Des Chiffres et Des Lettres» au C.C.F.N. chaque samedi à partir de 17 heures.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1989 : Création du championnat du Niger.
1990 : Rubrique régulière de jeux mathématiques dans Sahel Dimanche.
1991 : Premières éliminatoires grand public par le biais de Sahel Dimanche.
à partir de 1992 : Organisation annuelle du championnat.

COMPÉTITION

Éliminatoires : Dans les établissements scolaires ou par réponses au Sahel Dimanche.
Finale Nationale : Qualificative pour les championnats internationaux.

CONTACTS

Ali Dan Faraouta
Association Nigérienne des Jeux Mathématiques
B.P. 13180 - Niamey
NIGER

ÉPREUVES

Catégories : 4
Collèges (2), lycées, grand public.
Toutes à l'exception des élèves de CM.

PARTENAIRES

Les librairies BURAMAA, BUROPA DAOUDA et MERCURE, SADE, Niger car, l'aéro-club de Niamey, BIAO, UGAN, le Centre Culturel Américain, le C.C.F.N., la CECA, le garage TOYOTA, le lycée La Fontaine, NIGETIP, le couturier ALPHAD, Manutention Africaine, NIGÉRAL, PEYRISSAC, Le Rugby Club de Niamey, le CIFN, AIR France, COMINAK, CAREN Assurance et Coopération Française.

RALLYE MATHÉMATIQUE D'ALSACE

Le Rallye Mathématique d'Alsace est créé en 1973 par le Professeur GLAESER de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg. Il s'inspire des Olympiades et constitue la première épreuve de ce genre en France.

Il s'adresse à tous les élèves volontaires des Premières et Terminales scientifiques d'Alsace et de quelques lycées à l'étranger (Baden-Baden, Freiburg, Saarbrücken, Wien, ...). Les deux compétitions ont lieu durant le printemps.

Les élèves concourent par binômes et sont confrontés pendant quatre heures à trois exercices faisant appel à l'intuition, l'imagination, l'originalité, la rigueur scientifique et la clarté de l'exposé.

Le rapport du Rallye Mathématique d'Alsace, publié chaque année, regroupe les sujets, les corrigés, le palmarès, les remarques et les idées originales rencontrées dans les copies. Distribué à tous les enseignants de mathématiques de notre académie, il peut, par ses remarques pédagogiques, servir de support à des mathématiques innovantes.

Le Comité Organisateur réunit au sein de l'IREM de Strasbourg cinq membres, enseignants du Supérieur et du Secondaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

• **Créé en 1973**, le Rallye Mathématique d'Alsace est le premier rallye régional ayant existé en France.
• **1997** : le 24ème Rallye réunit 1400 élèves de Première et de Terminale.
Environ 60 seront primés.
Le Rallye est organisé à l'initiative de l'IREM de Strasbourg avec le soutien du Rectorat, de l'Université Louis Pasteur (Strasbourg I) et du Département de Mathématiques.

ÉPREUVES

Deux catégories : élèves de Première et de Terminale.

Les élèves sont groupés par deux et ont à leur disposition une salle de classe pour une durée de quatre heures.

COMPÉTITION

Deux épreuves (une par niveau) : les élèves concourent par binômes.

Palmarès : au courant du mois de Juin, cérémonie présidée par Monsieur le Recteur de l'Académie de Strasbourg.

PARTENAIRES

Collectivités locales :
Conseil Régional d'Alsace, Conseil Général du Haut-Rhin, municipalités.
Quelques entreprises privées.
Régionale de l'APMEP (Association des Professeurs de Mathématiques), …

CONTACTS

Madame Claudine KAHN - IREM de Strasbourg
7, rue René Descartes
67084 STRASBOURG cedex
Tél. : 03 90 24 01 30
Fax : 03 90 24 01 65
E-mail : irem@math.u-strasbg.fr

1 - SUJET 2 — Première 2000

On dispose d'un tableau ayant 4 lignes et 1998 colonnes.
À l'intersection de la ligne m et de la colonne n se trouve l'élément noté $f(m, n)$.
On donne, pout tout entier n compris entre 0 et 1997 la valeur $f(0, n) = n + 1$, ce qui permet donc de remplir la première ligne du tableau.
Par ailleurs, on sait que pour tout entier m compris entre 1 et 3 et pour tout entier n compris entre 1 et 1997, on a les égalités suivantes :
$f(m, 0) = f(m-1, 1)$ et $f(m, n) = f(m-1, f(m, n-1))$.

Quel nombre se trouve à l'intersection de la dernière ligne et de la dernière colonne ?

2 - SUJET 3 — Première 2000

On considère un quadrilatère convexe quelconque $ABCD$ dans le plan.
On découpe les segments $[AB]$ et $[CD]$ en trois parties égales, définissant les points E, F, G, H tels que AE = EF = FB et CH = GH = HD.

Montrer que l'aire du quadrilatère central EFGH est le tiers de celle du quadrilatère total $ABCD$.

3 - SUJET 2 — Terminale 2000

Montrer que l'on peut trouver un entier de 2000 chiffres divisible par 2^{2000} qui s'écrive seulement avec les chiffres 1 et 2.

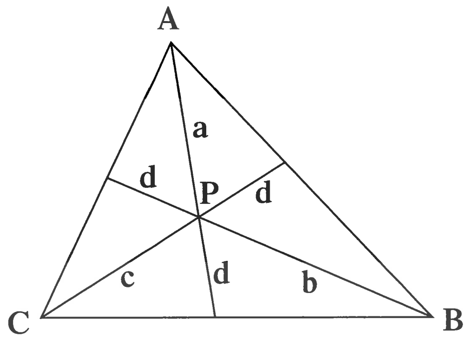
4 - SUJET 3 — Terminale 2000

On se donne un entier naturel non nul n.
On choisit $n+1$ nombres entiers tous distincts entre 1 et $2n$.

Montrer que parmi eux, il en existe toujours deux dont le quotient est une puissance de deux.

5 - DANS UN TRIANGLE — Première 2001

Trois droites issues des trois sommets d'un triangle ABC sont concourantes en P, intérieur au triangle. On note a, b, c, d les longueurs des segments issus de P comme indiqué sur la figure.



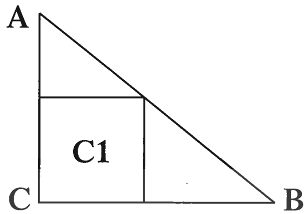
Sachant que $a+b+c=43$ et $d=3$, calculer le produit abc.

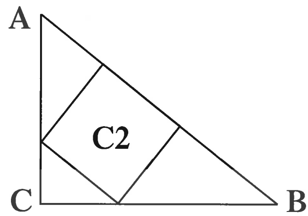
Énoncés

6 - HISTOIRES D'AIRES

Terminale 2001

On dispose d'un triangle ABC rectangle en C. Deux carrés C1 et C2 sont inscrits dans le triangle comme indiqué sur la figure.





Déterminer la longueur AC + CB sachant que C1 et C2 ont pour aire respective 441 cm² et 440 cm².

Solutions

1

Réponse : La troisième ligne du tableau constitue une suite dite arithmético-géométrique, qui conduit pour le terme demandé à la valeur $\boldsymbol{f(3, 1997) = 2^{2000} - 3}$.

Solution : À partir de $f(0, n) = n + 1$,
on obtient $f(1, n) = f(0, f(1, n-1)) = f(1, n-1) + 1$.
Comme $f(1, 0) = f(0, 1) = 2$, il en résulte $f(1, n) = n + 2$.

Remarque : Les égalités proposées dans l'énoncé doivent être étendues à des valeurs quelconques de n, sans limitation à 1997. Sinon, on ne peut rien dire de f(1 ,1997) = f(0, f(1, 1996)) = f(0, 1998). Nous faisons cette extension, ici ainsi que pour la suite du problème.

Par suite, $f(2, n) = f(1, f(2, n-1)) = f(2, n-1) + 2$.
Puisque $f(2, 0) = f(1, 1) = 3$, il en résulte $f(2, n) = 2n + 3$.
Enfin, $f(3, n) = f(2, f(3, n-1)) = 2f(3, n-1) + 3$.
Et $f(3, 0) = f(2, 1) = 5$.

Pour expliciter $f(3, n)$ en fonction de n, posons $g(n) = f(3, n) + 3$ (cette transformation permet de ramener les suites arithmético-géométriques à des suites géométriques).

En remplaçant $f(3, n)$ et $f(3, n-1)$ respectivement par $g(n) - 3$ et $g(n-1) - 3$ dans l'égalité de récurrence ci-dessus, on obtient en effet $g(n) - 3 = 2(g(n-1) - 3) + 3$, d'où $g(n) = 2g(n-1)$.

Donc $g(n)$ est une suite géométrique de raison 2, ayant pour premier terme $g(0) = 8 = 2^3$. Par conséquent, $g(n) = 2^{n+3}$ et en particulier $g(1997) = 2^{2000}$.

Finalement $f(3, 1997) = 2^{2000} - 3$.

2

Solution : La solution s'appuie sur une triangulation. Plusieurs égalités d'aires de triangles peuvent être mises en évidence sur la figure, qui renvoient au classique résultat général suivant :

<u>*Théorème général*</u> – *Soit S un point et* ***d*** *une droite ne passant pas par S. Tous les triangles du type SXY, où X et Y sont deux points de la droite* ***d*** *tels que le segment XY ait une longueur donnée, ont la même aire.*

Par exemple, on a l'égalité d'aires :

$\mathscr{A}$(EFG) = $\mathscr{A}$(FBG), puisque les segments EF et FB sont de même longueur. De même, $\mathscr{A}$(EGH) = $\mathscr{A}$(EHD).

Comme le quadrilatère EFGH est convexe puisque ABCD est convexe, son aire est la somme des aires des triangles EFG et EGH. D'où

$\mathscr{A}$(EFGH) = $\mathscr{A}$(EFG) + $\mathscr{A}$(EGH) et donc :

$$2\,\mathscr{A}(\text{EFGH}) = \mathscr{A}(\text{EFG}) + \mathscr{A}(\text{FBG}) + \mathscr{A}(\text{EGH}) + \mathscr{A}(\text{EHD})$$
$$= \mathscr{A}(\text{EBGD}).$$

Or $\mathscr{A}$(ABCD) = $\mathscr{A}$(EBGD) + $\mathscr{A}$(AED) + $\mathscr{A}$(BCG). Mais, en se référant au théorème d'égalités d'aires de triangles, on peut écrire :

$3\,\mathscr{A}$(AED) = $\mathscr{A}$(ABD), $3\,\mathscr{A}$(BCG) = $\mathscr{A}$(BCD).

On en déduit :

$$3\,\mathscr{A}(\text{EBGD}) = 3\,\mathscr{A}(\text{ABCD}) - 3\,\mathscr{A}(\text{AED}) - 3\,\mathscr{A}(\text{BCG}) = 2\,\mathscr{A}(\text{ABCD}).$$

Mais on a vu que $\mathscr{A}$(EBGD) = $2\,\mathscr{A}$(EFGH), ce qui entraîne alors l'égalité demandée :

$$\mathbf{3\,\mathscr{A}(EFGH) = \mathscr{A}(ABCD)}.$$

3

Réponse : L'idée est de procéder par récurrence, même si on se « contente » d'aller jusqu'à 2000 et non pas jusqu'à l'infini. On peut commencer par 2, qui a un chiffre et est divisible par $2^1 = 2$, ou par 12, qui a deux chiffres et est divisible par $2^2=4$.

Solution : Supposons (hypothèse de récurrence) que l'on connaisse un nombre A de n chiffres, qui soit divisible par 2^n et dont tout chiffre soit égal soit à 1 soit à 2. Si le nombre A est un multiple pair de 2^n, c'est-à-dire si $A = 2p\times 2^n$, on obtiendra un multiple de 2^{n+1} ayant $(n+1)$ chiffres en prenant $A + 2\times 10^n$.

En effet, $2\times 10^n + A = 2^{n+1}\times 5^n + p\times 2^{n+1}\times 5^n = 2^{n+1}\times 5^n\times(1+p)$.

Si A est un multiple impair de 2^n, c'est-à-dire si $A = (2p+1)\times 2^n$, on considérera $A + 10^n$, ce qui revient à placer un 1 devant l'écriture chiffrée de A. En effet :

$10^n + A = 2^n\times 5^n + (2p+1)\times 2^n = (5^n + 2p + 1)\times 2^n$.

Or 5^n est un nombre impair, donc $(5^n + 2p + 1)$ est un nombre pair. Ainsi, il est possible d'extraire de la parenthèse un facteur 2, qui se combinera avec 2^n pour aboutir à 2^{n+1}.

Solutions

4

À partir d'un entier donné, effectuons des divisions successives par 2 tant que c'est possible, c'est-à-dire tant que l'on est en présence d'un nombre pair.
Ainsi, si le nombre de départ est impair, on ne fait rien.
Au contraire, s'il est pair, on le divise par 2 ; si le résultat est encore un nombre pair, on recommence, sinon on s'arrête.
De la sorte, on écrit tout entier comme produit d'une puissance de 2 par un nombre impair (qui peut être réduit à 1).

Dire alors que deux entiers ont un quotient qui est une puissance de 2, c'est dire que dans l'écriture considérée, le nombre impair est le même pour les deux entiers.
Or, entre 1 et $2n$, on dispose de n nombres impairs (à savoir 1, 3,… , $2n–1$).
Donc, si on choisit $(n+1)$ entiers entre 1 et $2n$, on est obligé d'en choisir au moins deux qui sont produits d'un même nombre impair par des puissances de 2.

5

D'une manière générale, notons XYZ l'aire du triangle de sommets X, Y et Z.
Des rapports d'aires pour des triangles de même base sont égaux à des rapports de longueurs :

$$\frac{\mathrm{CPB}}{\mathrm{ABC}} = \frac{d}{d+a}, \quad \frac{\mathrm{APB}}{\mathrm{ABC}} = \frac{d}{d+b}, \quad \frac{\mathrm{APC}}{\mathrm{ABC}} = \frac{d}{d+c}.$$

Il en résulte que $d \times \left[\frac{1}{d+a} + \frac{1}{d+b} + \frac{1}{d+c}\right] = 1.$

Après réduction au même dénominateur $(d + a)(d + b)(d + c)$ et développement, on obtient la condition :

$$2d^3 + (a + b + c)d^2 = abc.$$

La substitution des valeurs de l'énoncé conduit alors à $abc = 441$.

Mais cela ne nous dit pas si un triangle donnant lieu à ces valeurs existe effectivement…

6

Considérons un repère dont l'axe des x soit porté par CB et l'axe des y par CA. En posant selon l'usage fréquent CB = a et CA = b, on obtient pour équation de la droite (AB) : bx + ay = ab.

Puisque la racine carrée de 441 est 21, la droite (AB) passe par le point D de coordonnées (21 ; 21). On en déduit qu'une condition qui lie a et b est 21(a + b) = ab.

Désignons par rac(x) la racine carrée d'un nombre positif x. Considérons l'homothétie de centre C et de rapport $k = \text{rac}[440/(a^2 + b^2)]$. Elle transforme AB en un segment A′B′ de longueur rac(440).

Le carré C2 aura bien le segment A′B′ comme un de ses côtés si la distance du point B′ à la droite AB est égale à $\sqrt{440}$.

L'équation de (AB) s'écrivant bx + ay – ab = 0, la distance à (AB) d'un point quelconque M de coordonnées (x, y) est $d(M, AB) = \dfrac{|bx + ay - ab|}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

En particulier, pour B de coordonnées (ka, 0), on obtient $d(B', AB) = \dfrac{|kab - ab|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \dfrac{ab(1-k)}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

En reportant la valeur de k, il vient $d(B', AB) = ab\,\dfrac{\sqrt{a^2+b^2} - \sqrt{440}}{a^2+b^2}$.

Introduisons la variable u = a + b, qui conduit à écrire ab = 21(a + b) = 21u et $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = u^2 - 42u$. L'équation d(B′, AB) = rac(440) s'écrit alors :

$$21u\,\frac{\sqrt{u^2-42u} - \sqrt{440}}{u^2-42u} = \sqrt{440}$$

d'où en simplifiant : $21[\sqrt{u^2-42u} - \sqrt{440}] = \sqrt{440}\,(u-42)$.

On en déduit : $21\sqrt{u^2-42u} = \sqrt{440}\,(u - 21)$ d'où, en élevant au carré : $u^2 - 42u - 440 \times 441 = 0$, dont le discriminant réduit est 441^2.
L'équation s'écrit donc (u + 420)(u – 462) = 0. Seule la solution positive u = 462 convient.

À partir de la somme S = a + b = 462 et du produit P = ab = 21×462, l'équation $X^2 - SX + P = 0$ fournit les valeurs de a et b, qui, tous calculs faits, sont : $21(11 + \sqrt{99})$ et $21(11 - \sqrt{99})$. Des valeurs approchées sont 439,95 et 22,05. L'écart de tailles fait que la représentation géométrique précise de la situation serait peu lisible !

RALLYE MATHÉMATIQUE DES ANTILLES ET DE LA GUYANE

Le rallye de L'IREM des Antilles et de la Guyane intitulé « Pour vivre les mathématiques autrement ! » est organisé avec le concours des Associations Promath Guadeloupe, Promo Maths Guyane et Promo Maths Martinique regroupant personnes physiques et établissements scolaires de l'enseignement public ou privé. L'action de l'IREM, garant scientifique et pédagogique du rallye s'articule avec celle des associations de type loi 1901 chargées de l'organisation matérielle du rallye.

Cette compétition intéresse les élèves de CM1 et CM2 des écoles primaires, de 4^e et 3^e des collèges et de 2^e et 1^e des lycées et a pour buts de :

- Susciter des vocations scientifiques
- Faire des mathématiques pour le plaisir
- Donner une image attrayante des mathématiques
- Favoriser un travail d'équipe.

Les élèves regroupés par équipes de trois, résolvent des exercices variés faisant appel au raisonnement, à la logique, à des connaissances de mathématiques de base. Ces exercices qui demandent parfois de l'astuce, sont constitués d'énigmes, de casse-tête, de jeux…

Ce rallye qui connaît un succès grandissant auprès des élèves (environ 20 000 en 2001) sur une zone couvrant trois départements séparés par la mer, s'organise en trois phases :

- pour les trois catégories : une épreuve éliminatoire dans les établissements, une finale académique (dans les trois Académies Guadeloupe, Guyane[1] et Martinique),
- et enfin, une finale inter-académique par catégorie dans un des trois départements.

Grâce à ses partenaires, de nombreux finalistes des finales départementales sont récompensés et les 9 finalistes inter-académiques se voient offrir un séjour scientifique d'une semaine à Paris.

On peut signaler que, la section Guadeloupe a une émission grand public intitulée « Maths à la télé » et que celle de Martinique organise avec la collaboration du journal quotidien un rallye « Gran'Moun », réservé aux adultes de plus de trente ans.

L'IREM des Antilles et de la Guyane, a obtenu une mention spéciale du jury du prix d'Alembert en juin 1998 pour son travail de popularisation des mathématiques.

[1] Suite à la création du nouveau rectorat de Guyane, la section IREM de Guyane en phase de restructuration, n'a pas participé ces deux dernières années (1999-2000 et 2000-2001) au Rallye.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : Création de l'IREM des Antilles et de la Guyane
1991-1992 : Premier rallye de mathématiques : plus de 6000 participants.
Depuis le nombre de participants est en augmentation constante.
1994-1995 : 12 642, 1995-1996 : 17 760, 1997-1998 : 18 123, 1999-2000 : (Martinique et Guadeloupe) plus de 20 000, 2000-2001 : (Martinique et Guadeloupe) plus de 21000.
On remarque qu'environ un tiers des écoles primaires s'inscrivent et on note une participation massive des collèges et des lycées.

ÉPREUVES

Le concours est ouvert aux élèves de CM1, CM2, 4^{e}, 3^{e}, 2^{e} et 1ère de tous les établissements scolaires publics et privés des trois Académies.
Les équipes sont réparties en 3 catégories :
- Catégorie 1 (école primaire) : CM1 - CM2
- Catégorie 2 (collège) : 4^{e} - 3^{e}
- Catégorie 3 (lycée) : 2^{e} - 1ère- LYP et LP

La participation des élèves se fait par équipe de 3 sur la base du volontariat.
Les frais d'inscription s'élèvent à 10F par élève. Les équipes des établissements membres des associations ProMaths Guadeloupe, Promo Maths Guyane et Promo Maths Martinique sont dispensées des frais d'inscription.

COMPÉTITION

Inscription dans l'établissement en décembre.
Éliminatoire dans chaque catégorie dans les établissements en janvier.
Finales académiques dans chaque catégorie et dans chaque Académie un mercredi après-midi en février.
Finale Inter-Académique par catégorie et par Académie un samedi matin en mars.
Séjour scientifique d'une semaine à Paris pendant les vacances de Pâques.

PARTENAIRES

- Le Rectorat de chacune des trois académies de la Guadeloupe, de la Guyane et de la Martinique
- Le Conseil Général de la Martinique
- Les Conseils Régionaux de la Guadeloupe et de la Martinique
- Centre de Culture Scientifique Technique et Industrielle de la Martinique
- Air France Martinique ; EDF Martinique ; SARA ; Crédit Mutuel
- Villes de Fort-de-France, Schœlcher, Robert, Ducos, François, Rivière-Salée, Rivière-Pilote, Vauclin, Trois-Ilets, Gros Morne et Sainte Luce (Martinique)
- Villes de Sainte Anne et de Saint François (Guadeloupe)
- Crédit Agricole de la Guadeloupe
- Société des Ciments Antillais (Guadeloupe)

CONTACTS

IREM des Antilles et de la Guyane
Université des Antilles et de la Guyane
Faculté des sciences de Fouillole
97159 Pointe à Pitre cedex
Tél : 05 90 48 92 02
fax : 05 90 48 92 76
irem.antilles-guyane@univ-ag.fr

Jean BICHARA
Responsable de la Section IREM de Guadeloupe
Cité Scolaire de Baimbridge
97151 Pointe à Pitre
Tél. : 05 90 83 46 84
jean.bichara@wanadoo.fr

Benoît Loïc SINSEAU
Responsable de la Section IREM de Martinique
IUFM Bât 4
Pointe des Nègres
97200 Fort-de-France
Tél-fax : 05 96 61 50 20
lsinseau@wanadoo.fr

1 - BON APPÉTIT ! école

Notre ami Thibault entre dans un restaurant pour étudiants en chantant à tue-tête “Ba moin en ti bo, dé ti bo, twa ti bo, doudou…”.
Le chef lui présente la carte ci-contre.

Entrées	Accras de morue	15 F
	Quiche lorraine	18 F
Plats principaux	Poisson grillée	35 F
	Colombo de poulet	40 F
Desserts	Flan au coco	15 F
	Glace (3 boules)	20 F
Boissons	Eau	8 F
	Jus de fruit	12 F

Combien de menus différents peut-il commander, chaque menu devant comporter une entrée, un plat principal, un dessert et une boisson sachant qu’il n’a que 85 francs en poche ?

2 - LA RÉSERVE école

Réserve d’Amboseli (Kenya) en 1998 :
156 lionnes ont donné naissance à des petits, 15 femelles ont eu une portée de 4 petits, 21 femelles ont eu une portée de 5 petits, 1 lionne a eu 6 lionceaux et 8 lionnes ont perdu tous leurs petits à la naissance. Toutes les autres ont eu un seul petit lionceau.
Combien de lionceaux sont nés cette année-là à Amboseli ?

3 - LE COMPTE EST BON école

Utilise les 3 chiffres 2, 4 et 8 ainsi que toutes les opérations (+ ; – ; × ; :) pour obtenir les nombres suivants : 64 ; 0 ; 34.

4 - DOUBLE PRODUIT école

En barrant un chiffre dans chaque petit carré, on peut obtenir une multiplication exacte.
Donne deux solutions.

$$\begin{array}{cccc} & \boxed{8\,7} & \boxed{4\,9} & \boxed{8\,2} \\ & & \times & \boxed{3\,2} \\ \hline \boxed{1\,2} & \boxed{2\,3} & \boxed{7\,9} & \boxed{4\,6} \end{array}$$

5 - MYSTÈRE : LE RETOUR collège

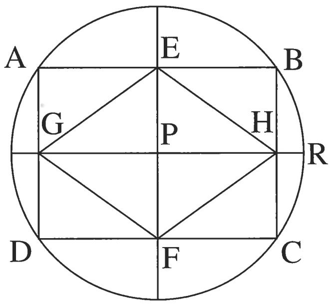
Un nombre entier N comporte 6 chiffres tous différents, le premier (à gauche) est 1.
Trouver le nombre N sachant que le triple de N est un nombre entier de 6 chiffres se terminant par 1.

6 - C'EST CARRÉ ! collège

Dessinez un carré inscrit dans un cercle (les sommets du carré sont des points du cercle).
Quel est le pourcentage de l'aire du carré par rapport à l'aire du disque.
(Le résultat sera donné à 0,1 % près.)

7 - LE LOSANGE DE SOLANGE collège

Solange a tracé un cercle.
Elle y inscrit un rectangle quelconque ABCD et mène les axes médians EF et GH.
Elle trace alors le losange EHFG.



Calculer la longueur de chacun des côtés du losange EHFG sachant que :
PH = 16 cm et HR = 8 cm.

8 - SAINT VALENTIN lycée

Quentin a acheté pour la Saint Valentin 20 fleurs, des hybrides rares : les orchidiris. Il lui tardait d'offrir à sa valentine, cet énorme bouquet de fleurs de trois espèces différentes : les orchidiris à 6 pétales bleus, à 4 pétales jaunes et à 3 pétales blancs.
Mais malheureusement en son absence, Justin son petit frère, devant toutes ces nouvelles fleurs, n'a pu résister à son passe-temps favori. « Je t'aime, à la folie, beaucoup, un peu, passionnément » marmonnait-il en enlevant inlassablement les uns après les autres, les pétales des fleurs.
Oh ! pauvre de moi, s'écria Quentin quand il vit le désastre. Tous les pétales avaient été arrachés.
Ce n'est pas grave, mon Quentin lui dit sa valentine. Je les ferai sécher pour confectionner un bouquet de 20 orchidiris séchés. Dépité, Quentin s'est mis à ramasser tout en les comptant, les pétales qui jonchaient le sol. Il y en avait autant de bleus que de jaunes et blancs réunis.
Combien de fleurs de chaque sorte pourrait confectionner la valentine ?

9 - Des Chiffres et des Lettres lycée

Par quels nombres, écrits en toutes lettres, peut-on remplacer les pointillés dans la phrase ci-desssous pour que ce qu'elle annonce soit exact (un trait d'union n'est pas une lettre) ?

Cette phrase a .... voyelles et .... consonnes.

10 - UN NOMBRE ÉTONNANT lycée

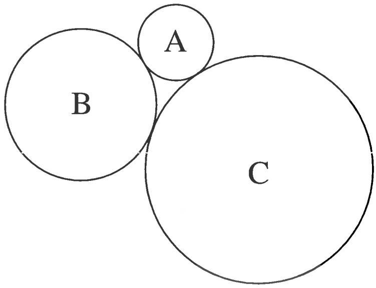
C'est un nombre de 9 chiffres, formé avec les chiffres de 1 à 9, qui figurent une fois chacun.

Le nombre formé par les 2 premiers chiffres est divisible par 2.
Le nombre formé par les 3 premiers chiffres est divisible par 3.
Le nombre formé par les 4 premiers chiffres est divisible par 4.
Le nombre formé par les 5 premiers chiffres est divisible par 5.
Le nombre formé par les 6 premiers chiffres est divisible par 6.
Le nombre formé par les 7 premiers chiffres est divisible par 7.
Le nombre formé par les 8 premiers chiffres est divisible par 8.
Le nombre formé par les 9 premiers chiffres est divisible par 9.

Quel est ce nombre étonnant ?

11 - C'EST TANGENT lycée

Trois cercles de centres respectifs A, B et C et de rayons respectifs 1, 2 et 3 cm, sont tangents deux à deux.



Quelle est l'aire du triangle ABC ?

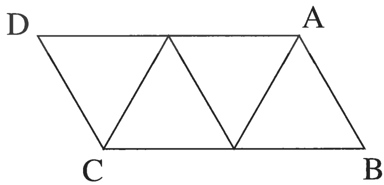
Énoncés

12 - LE TAPIS D'ALADIN

lycée

Aladin a un nouveau tapis formé de 4 triangles équilatéraux de côtés 1 m.

Calculez les longueurs des diagonales AC et BD (vous donnerez les valeurs exactes).



Solutions

1	**BON APPÉTIT !** 13.
2	**LA RÉSERVE** 282.
3	**LE COMPTE EST BON** $64 = 8\times4\times2$. $0 = (8:2)-4$ ou $(4\times2)-8$. $34 = (4\times8)+2$.
4	**DOUBLE PRODUIT** $798\times3 = 2394$ et $792\times3 = 2376$.

Solutions

5

MYSTÈRE : LE RETOUR

$N = 142857$ ($3N = 488571$).

6

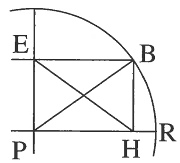
C'EST CARRÉ !

63,7 %.

7

LE LOSANGE DE SOLANGE

Inutile d'utiliser Pythagore.
EH est la diagonale du rectangle EBHP.
L'autre diagonale est PB (EH = PB).
Or PB, qui est le rayon de la circonférence, vaut :
PH + HR = 16 cm + 8 cm = 24 cm.
Donc EH = 24 cm.



8

SAINT VALENTIN

7 orchidiris à pétales bleus ; 3 orchidiris à pétales jaunes et 10 à pétales blancs.

9

DES CHIFFRES ET DES LETTRES

Cette phrase a dix-neuf voyelles et vingt-huit consonnes.

10

UN NOMBRE ÉTONNANT

381654729.

11

C'EST TANGENT

On a : AC = 4 ; AB = 3 et BC = 5.
$AB^2 + AC^2 = BC^2$.
Le triangle ABC est rectangle en A et l'aire est égale à 6 cm^2.

12

LE TAPIS D'ALADIN

$BD = \sqrt{7}$ et $AC = \sqrt{3}$.

RALLYE D'AUVERGNE

Le rallye est destiné aux élèves de troisième et de seconde. La compétition n'est pas individuelle, mais entre classes entières ou suffisamment représentées : plus des deux tiers.

Les classes ont à résoudre sept problèmes en deux heures. Les solutions doivent être rédigées. Une des solutions est présentée sous forme d'affiche.

Pour chaque exercice, le jury évalue :

- l'exactitude de la (ou des) réponse(s) aux questions posées,
- l'argumentation,
- la présentation.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le premier rallye a été organisé en 1998.

COMPÉTITION

Elle a lieu un mercredi après-midi. Les centres d'épreuves sont les lycées qui accueillent aussi les collèges du secteur.

ÉPREUVES

Épreuves par classes.
Une catégorie Troisième-Seconde.
Il y a sept problèmes pour deux heures.

PARTENAIRES

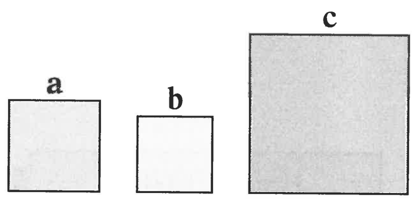
- Inspection Pédagogique Régionale
- IREM
- APMEP

CONTACTS

Robert CHARBONNIER ou Anne CROUZIER
IREM
Complexe Scientifique Les Cézeaux
63117 AUBIÈRE

1 - TRAVAIL DE GREC

En utilisant le compas, la règle (non graduée), l'équerre et sans faire de calcul, construire un carré qui ait pour aire la somme des aires de trois carrés donnés.



2 - LE TEMPS DES CERISES

1, 2, 3, nous irons au bois...
Quel est le chiffre des unités du nombre $A = 1^{23} + 2^{31} + 3^{12}$?

4, 5, 6, cueillir des cerises...
Quel est le chiffre des unités du nombre $B = 4^{56} + 5^{64} + 6^{45}$?

7, 8, 9, dans un panier neuf...
Quel est le chiffre des unités du nombre $C = 7^{89} + 8^{97} + 9^{78}$?

3 - TOP SECRET

On numérote de 0 à 25 les lettres de l'alphabet dans l'ordre habituel. Ainsi, à chaque lettre on attribue un nombre entier x, $0 \leqslant x \leqslant 25$, et inversement.
Pour coder un mot on remplace chacune de ses lettres, numérotée x, par la lettre obtenue de la façon suivante :

1) On multiplie x par 29
2) On soustrait au résultat obtenu un multiple de 26 permettant d'obtenir un nombre y compris entre 0 et 25
3) On code par la lettre de numéro y.

Décoder le message : LYLM HM ZAHHUM JMIR KYHHM.

4 - CHOCOLATS

Mon frère et moi avons reçu beaucoup de chocolats pour Pâques, nous les avons mélangés et nous n'arrivons plus à nous souvenir du nombre que nous possédions au départ !
Peux-tu nous aider, sachant que

La somme de ces deux nombres est deux cents.
Nous pouvions faire chacun des petits tas contenant exactement huit chocolats, sans en laisser de côté.
J'en avais moins de cent mais plus des quatre cinquièmes de ce que possédait mon frère.

5 - LES NAPPES

Peut-on recouvrir entièrement une table carrée de 90 cm de côté en posant dessus deux nappes rondes de 1 m de diamètre ?

6 - LES CRAYONS

Six boîtes A, B, C, D, E, F contiennent respectivement 4 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 26 crayons.
Chaque boîte ne contient soit que des crayons bleus, soit que des crayons blancs, soit que des crayons rouges.
Une boîte, et une seule, renferme les crayons rouges.
Sachant que

- Le prix en francs d'un crayon bleu est le quadruple de celui d'un crayon blanc
- Les crayons blancs valent autant que les crayons bleus
- Le nombre des crayons bleus est égal à la valeur en francs de tous les crayons rouges

Combien coûte un crayon rouge ?

7 - UNE CALCULATRICE ORIGINALE

La société *Bougnat 2000* vient de mettre au point une calculatrice originale pour les lauréats du Rallye ; celle-ci effectue deux opérations : - l'addition usuelle notée +
- une curieuse opération notée $*$

On sait que, pour tout entier naturel a,

$$a * a = a,$$

et $$a * 0 = 2a$$

et que pour quatre entiers naturels quelconques, a, b, c, d,

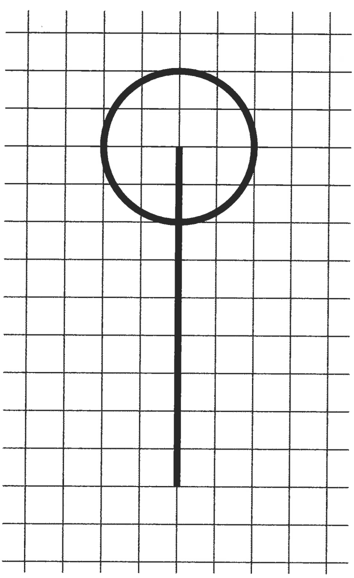
$$(a * b) + (c * d) = (a + c) * (b + d)$$

Quels sont les résultats des opérations :

$$(2 + 3) * (0 + 3)$$

et $$1024 * 48\ ?$$

8 - LA SUCETTE



La figure ci-contre est une représentation à une échelle inconnue d'une sucette. (Le quadrillage a un pas de 0,5 cm).

En agrandissant dix fois cette figure, on obtient une nouvelle représentation à une échelle entière plus grande que 1. Sachant que :

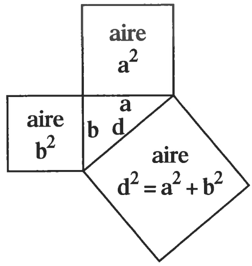
- le bâton de la sucette mesure un nombre entier de centimètres
- la mesure, en centimètres, du diamètre de la sucette est un nombre entier,

Quelle est la longueur de la sucette ?

1

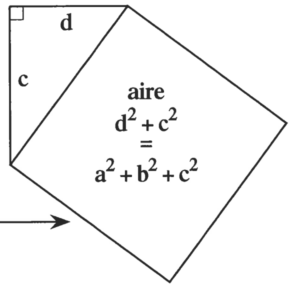
TRAVAIL DE GREC

Soient a, b, c les côtés des 3 carrés



1) On construit un triangle rectangle ayant a et b pour côtés de l'angle droit

2) On construit un triangle rectangle ayant c et d (hypoténuse du premier triangle rectangle) pour côtés de l'angle droit.



carré cherché

2

LE TEMPS DES CERISES

Le chiffre des unités de A est 0.
Le chiffre des unités de B est 7.
Le chiffre des unités de C est 7.

3

TOP SECRET

Pour $0 \leqslant x \leqslant 8$ on obtient y par la formule $y = 29x - 26x$.
Pour $9 \leqslant x \leqslant 17$ on obtient y par la formule $y = 29x - 26(x+1)$.
Pour $18 \leqslant x \leqslant 25$ on obtient y par la formule $y = 29x - 26(x+2)$.

Lettre :	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
x :	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N° codé y :	0	3	6	9	12	15	18	21	24	1	4	7	10
Lettre codée :	A	D	G	J	M	P	S	V	Y	B	E	H	K

Lettre :	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
x :	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
N° codé y :	13	16	19	22	25	2	5	8	11	14	17	20	23
Lettre codée :	N	Q	T	W	Z	C	F	I	L	O	R	U	X

Le message décodé est alors :

LYLM HM ZAHHUM JMIR KYHHM
VIVE LE RALLYE DEUX MILLE

4

CHOCOLATS

Soient x le nombre de mes chocolats et y le nombre de chocolats de mon frère.

On a $x + y = 200$.

x et y sont des entiers divisibles par 8.

$x \leqslant 100$ et $x \geqslant \frac{4}{5}y$.

Comme $x + y = 200$ et $x < 100$, alors $y > 100$.

Comme $x \geqslant \frac{4}{5}y$ et $y > 100$, alors $x > 80$.

x est un entier compris strictement entre 80 et 100 et il est divisible par 8, donc x peut être égal à 88 ou 96.

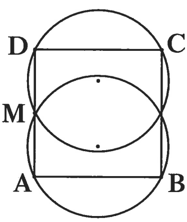
Si $x = 88$, alors $y = 112$, mais $\frac{4}{5} \times 112 = 89{,}5$;
donc x serait trop petit, cela ne convient pas.

Si $x = 96$, alors $y = 104$ et $\frac{4}{5} \times 104 = 83{,}2$;
x est assez grand et toutes les conditions sont bien vérifiées.

J'ai donc 96 chocolats et mon frère 104.

5

LES NAPPES



En utilisant la relation de Pythagore dans le triangle ADC rectangle en D, on obtient $AC = \sqrt{90^2 + 90^2} = 90\sqrt{2}$. Donc $AC > 100$.
Cela montre qu'une nappe ne peut pas recouvrir deux coins opposés de la table. Chaque nappe recouvre donc 2 coins consécutifs, par exemple A et B pour l'une et D et C pour l'autre.

Penons M le milieu du côté [AD] . M peut-il être recouvert par la nappe recouvrant A et B ?

Dans le triangle ABM rectangle en A, on calcule MB, longueur de l'hypoténuse : $MB = \sqrt{90^2 + 45^2} = 45\sqrt{5}$.

Or $\sqrt{5} > 2{,}23$; donc $MB > 45 \times 2{,}23$ d'où $MB > 100{,}35$.

On constate que la longueur MB est supérieure au diamètre de la nappe, donc elle ne peut pas couvrir M, B en même temps.

Par conséquent, la nappe qui recouvre A et B ne couvre pas M, et par symétrie, celle qui couvre D et C ne couvre pas non plus M.
Il est donc impossible de couvrir la table en posant dessus les deux nappes.

Solutions

6

LES CRAYONS

On note x le prix en francs d'un crayon blanc, y le nombre de crayons blancs et z le nombre de crayons bleus.
Le prix d'un crayon bleu est donc $4x$ et l'on a $xy = 4xz$. Par suite $y = 4z$.
Le nombre total S des crayons bleus et des crayons blancs est alors $z + 4z$, soit $5z$. C'est un multiple de 5.
D'autre part, le nombre total de crayons est $N = 4 + 13 + 17 + 19 + 23 + 26$.
Donc $N = 102$.
On va essayer tous les cas possibles pour trouver dans quelle boîte sont les crayons rouges :

SI la boîte de crayons rouges est	*ALORS*	*COMMENTAIRE*
A	$S = 102 - 4 = 98$,	S n'est pas divisible par 5
B	$S = 102 - 13 = 89$,	S n'est pas divisible par 5
C	$S = 102 - 17 = 85$,	S est multiple de 5 et $z = 17$
D	$S = 102 - 19 = 83$,	S n'est pas divisible par 5
E	$S = 102 - 23 = 79$,	S n'est pas divisible par 5
F	$S = 102 - 26 = 76$,	S n'est pas divisible par 5

Conclusion : C est la boîte qui renferme les 17 crayons rouges.
Ceux-ci valent z francs, soit 17 francs.

7

UNE CALCULATRICE ORIGINALE

Pour calculer $(2 + 3) * (0 + 3)$, on utilise la propriété
$(a * b) + (c * d) = (a + c) * (b + d)$.
Donc : $(2 + 3) * (0 + 3) = (2 * 0) + (3 * 3)$
Or $2 * 0 = 2 \times 2 = 4$ et $3 * 3 = 3$.
Par conséquent $(2 + 3) * (0 + 3) = 7$.

Pour $1024 * 48$, nous allons reproduire le modèle ci-dessus en remarquant que $1024 = 976 + 48$ et $48 = 0 + 48$.
$1024 * 48 = (976 + 48) * (0 + 48)$
$1024 * 48 = (976 * 0) + (48 * 48)$
$1024 * 48 = 2 \times 976 + 48$
$1024 * 48 = 1952 + 48$
Donc $1024 * 48 = 2000$.

8

LA SUCETTE

La figure agrandie est formée d'un cercle de diamètre 20 cm et d'un segment de longueur 45 cm. On note d et ℓ les diamètre et longueur du bâton de la sucette, respectivement ; k le rapport d'agrandissement avec $k > 1$. On a alors les deux égalités : $20 = kd$ et $45 = k\ell$. Ainsi, k divise 20 et 45, et par suite leur pgcd : 5. Sachant que $k > 1$, on en déduit que $k = 5$; $\ell = 9$ et $d = 4$.

RALLYE MATHÉMATIQUE DU CENTRE

C'est une compétition entre classes de troisième de collège et de seconde de lycée des six départements de l'académie d'Orléans-Tours.
En tout, presque 10 000 élèves de l'académie répartis dans environ 250 classes de collège et 125 classes de lycée participent à cette épreuve.

Depuis 1999, le Rallye « *nouvelle formule* » s'organise en deux étapes :
1) constitution par la classe d'un dossier « Culture Mathématique » dont les objectifs sont :

- Mettre à profit les nouvelles technologies pour mener des recherches, échanger et communiquer
- Privilégier et développer l'aspect culturel des mathématiques. (Thèmes proposés en 2000 : *quadrature et Fibonacci*).

2) résolution de problèmes en équipes : l'épreuve (*1h 15*) est constituée d'une liste de six exercices pour les troisièmes et de 8 exercices pour les secondes dont certains sont communs aux deux classes. Ces exercices sont de diverses natures (*géométrie*, *travaux numériques*, *combinatoire et logique*) et de difficulté graduée (*5, 8, 12 points*).

Un recueil analytique (*brochure IO n° 49*) est édité par l'IREM d'Orléans. Un livre « Morceaux choisis », édité par *ACL - les éditions du Kangourou*, regroupe 50 problèmes du Rallye.

C'est l'esprit d'équipe et la cohésion de la classe qui sont valorisés. Par la variété des niveaux de difficultés des exercices, tous les élèves, quel que soit leur niveau en mathématique, apportent leurs compétences pour construire le dossier réponse de la classe. Une grande attention est portée à la rédaction des solutions et à leur justification.

Ses objectifs sont : l'incitation au travail d'équipe, l'intéressement des élèves d'une même classe à une activité mathématique diversifiée et le développement de l'esprit scientifique.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1986 : 30 classes d'Orléans.
1987 : 150 classes du Cher, de l'Indre et du Loiret.
1988 : 375 classes avec en plus l'Eure-et-Loir et le Loir-et-Cher.
1989 : 630 de toute l'académie.
1994 : 200 élèves de Djibouti participent.
1995 : dixième édition et record de participation avec 21500 élèves répartis dans 800 classes.
1999 : Rallye Math "nouvelle Formule".

COMPÉTITION

Une épreuve d'entraînement en décembre.
L'épreuve officielle en mars.
Chaque classe s'organise pour résoudre en 1h15 les exercices.
Un palmarès académique pour les secondes et deux palmarès départementaux pour les troisièmes.
Six palmarès départementaux pour les collèges et lycées.

ÉPREUVES

Par classe entière. Deux catégories.
Troisième : Palette de 6 exercices de difficultés variées
Seconde : Palette de 8 exercices dont certains sont communs avec les précédents.
Seules les notions mathématiques au programme des classes visées sont utiles.

PARTENAIRES

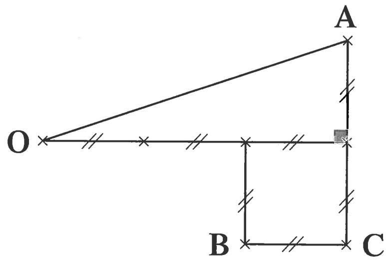
- Conseil Régional du Centre
- Conseils Généraux : Cher, Eure-et-Loir, Indre, Indre-et-Loire, Loir-et-Cher, Loiret
- Municipalités et mécènes locaux
- Rectorat de l'Académie d'Orléans-Tours
- Inspections Académiques

CONTACTS

IREM Université d'Orléans
BP 6759
45067 Orléans Cedex 2

Rectorat secrétariat des IPR
21, rue Saint-Etienne
45043 Orléans Cedex

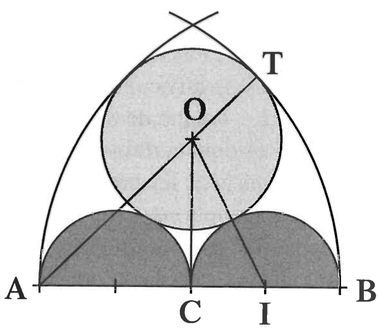
1 - SI [AB] M'ÉTAIT TRACÉ $3^{ème}$ - 2^{nde}



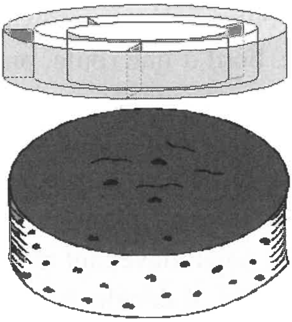
Sans utiliser la calculatrice, déterminer la valeur exacte de l'angle $\widehat{AOB}$.

2 - PILE POIL $3^{ème}$ - 2^{nde}

Dans la figure ci-contre, on pose :
AC = CB = d
OT = R.
1) Exprimer R en fonction de d pour que cette figure soit réalisable.
2) Pour d = 10 cm, calculer les longueurs OT et OA puis réaliser la figure avec le plus grand soin possible.



3 - TRANCHES ÉTRANGES $3^{ème}$ - 2^{nde}



Pour partager équitablement un gâteau de forme circulaire de diamètre 36 cm, on a fabriqué un ustensile de découpe formé de trois cylindres d'acier concentriques tranchants de rayons 6, 12 et 18 cm reliés entre-eux par des séparateurs suivant le modèle ci-contre où seulement quatre séparateurs ont été placés.

Combien de séparateurs doit-on positionner entre les cylindres pour que les parts aient toutes la même aire ?
Faire un dessin à l'échelle 1/2 de l'ustensile vu de dessus.

4 - AMNÉSIE SUR LES BORDS DU CHER $3^{ème}$ - 2^{nde}

Au collège des « Bords du Cher », les trois classes de $3^{ème}$ ont obtenu au dernier Brevet des collèges les résultats suivants :

La $3^{ème}$ Descartes a obtenu une moyenne de 13,7/20,
La $3^{ème}$ Rabelais a obtenu une moyenne de 12,3/20,
La $3^{ème}$ Chasles a obtenu une moyenne de 10,5/20.

Les deux classes, $3^{ème}$D et $3^{ème}$R réunies, ont obtenu une moyenne de 12,9. Les deux classes, $3^{ème}$R et $3^{ème}$C réunies, ont obtenu une moyenne de 11,3.

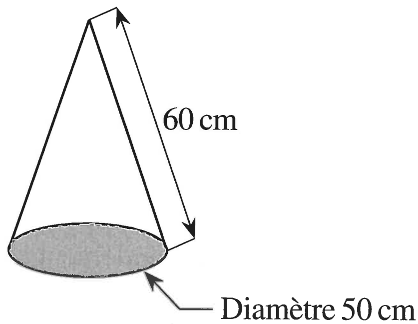
1) S'il y avait eu 28 élèves dans la $3^{ème}$R, combien y aurait-il eu d'élèves dans chacune des deux autres classes ?

2) En fait, le Principal ne se souvient plus des effectifs des trois classes. Après examen de ces moyennes, il affirme que la $3^{ème}$D a un effectif égal aux 3/4 de celui de la $3^{ème}$R et que la $3^{ème}$C a un effectif égal aux 5/4 de celui de la $3^{ème}$R. Prouver qu'il a raison.

3) En déduire la moyenne des trois classes réunies.

5 - DE QUOI EN BAVER ! 2^{nde}

Pour signaler des travaux sur le bord d'une route, on y a placé des cônes.
À la base de l'un d'eux, représenté ci-contre, se prélasse un escargot.
Le soleil devenant trop ardent, il décide de rejoindre le point de la base diamétralement opposé en parcourant sur le cône la plus courte distance possible.



Dessiner un patron de ce cône à l'échelle 1/10.
Représenter, sur ce patron, la trace laissée par l'escargot.
Calculer, à un millimètre près, la longueur réelle de cette trace.

6 - LE CHALLENGE $3^{ème}$-2^{nde}

Pour un challenge sportif, cinq équipes sont présentes, chacune rencontrant les quatre autres.
Quand elle gagne un match, une équipe marque 4 points ; quand elle fait match nul, elle marque 2 points ; quand elle perd un match, elle marque 1 point.

Quels sont tous les scores possibles que peut marquer une équipe à l'issue du challenge ?
Quels sont tous les scores qui, à l'issue du challenge, ont été obtenus de plusieurs façons différentes ?

7 - UN ROND SUR L'EAU $3^{ème}$-2^{nde}

Au cours de l'étape " La Rochelle - La Baule " du Tour Aérien des jeunes pilotes, les concurrents doivent suivre, à altitude constante, un arc de cercle de 33 km de rayon centré sur Noirmoutier dont les extrémités sont l'île d'Yeu et La Baule. Cette trajectoire est impossible à suivre parfaitement avec l'équipement de bord d'un avion de tourisme. Un pilote du Tour a donc prévu un parcours en forme de polygone régulier inscrit dans l'arc de cercle à suivre. Pour cela, il effectue un virage de 10° à intervalle de temps régulier.
On suppose que : le vent est nul, l'avion vole à la vitesse constante de 180 km/h et son pilote tient parfaitement ses caps.
Calculer, à la seconde près, le temps qui sépare deux changements de caps consécutifs.

8 - PARTAGE ISOCÈLE $3^{ème}$-2^{nde}

On a réussi à partager un certain triangle isocèle ABC non aplati de sommet principal A en deux triangles isocèles APB et APC où le point P appartient au segment [BC].

Calculer les mesures possibles des angles du triangle ABC.
Dans chaque cas, réaliser une figure illustrant ce partage.

9 - ADMIS – RECALÉS $3^{ème}$-2^{nde}

La moyenne des candidats admis est de 13.
La moyenne des candidats recalés est de 7.
La moyenne de l'ensemble des candidats est de 10,6.

Calculer le pourcentage des admis par rapport à l'ensemble des candidats.

10 - AU PRINTEMPS DE BOURGES 3ème-2nde

Catherine, Jean-Pierre, Joël, Marie-Claire et Pierre “ font “ ensemble le Printemps de Bourges. Catherine part de Chartres au volant de son véhicule, accompagnée de Jean-Pierre. Elle passe prendre Marie-Claire et Joël à Patay, puis Pierre à Jargeau, et direction Bourges ! Après la fête, sur le chemin de retour, elle dépose chacun à son lieu de départ. Les frais de transport réglés par Catherine s’élèvent pour l’aller et le retour à 483 F au total.

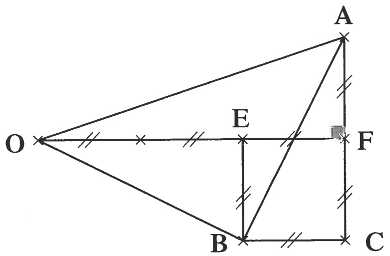
a) Chacun prend à sa charge, (y compris Catherine) les frais de transport proportionnellement à la distance qu’il a parcourue. Ainsi, Marie-Claire propose 90 F à Catherine. La distance de Patay à Jargeau est égale à 45 km ; celle qui sépare Jargeau de Bourges est de 105 km. Quelle est la distance, en kilomètres, entre Chartres et Patay ?

b) Pierre s’estime lésé et propose que sur chaque tronçon, seules les personnes présentes dans la voiture se partagent équitablement les frais de transport (qui sont proportionnels à la longueur du tronçon). Quelle est alors la participation financière de Pierre arrondie au franc près ? Avait-il raison de contester ?

Solutions

1

SI [AB] M'ÉTAIT TRACÉ



Dans le triangle ABC rectangle en C, d'après Pythagore,
$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2^2 + 1^2 = 5$.
De même dans le triangle OEB rectangle en E, $OB^2 = 2^2 + 1^2 = 5$.
D'où AB=OB et le triangle OAB est isocèle de sommet principal B.
Dans le triangle OFA rectangle en F, on a $OA^2 = 3^2 + 1^2 = 10$.
Donc $OB^2 + AB^2 = 10 = OA^2$.
D'après la réciproque de Pythagore, le triangle OAB est rectangle en B.
Le triangle AOB est rectangle en B et isocèle donc l'angle $\widehat{AOB}$ vaut 45°.

2

PILE POIL

1) $OA = 2d - R$; $OI = \frac{d}{2} + R$.

Dans le triangle OAC rectangle en C, d'après Pythagore,
$OC^2 = (2d-R)^2 - d^2$.
Dans le triangle OCI rectangle en C, d'après Pythagore,

$OC^2 = \left(\frac{d}{2}+R\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2$.

D'où $(2d-R)^2 - d^2 = \left(\frac{d}{2}+R\right)^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2$

soit $4d^2 - 4dR + R^2 - d^2 = \frac{d^2}{4} + dR + R^2 - \frac{d^2}{4}$.

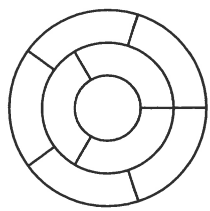
C'est-à-dire : $3d^2 = 5dR$ donc $R = \frac{3}{5}d$.

2) Pour $d = 10$ cm, $OT = R = 6$ cm et $OA = AT - OT = 20 - 6 = 14$ cm.

3

TRANCHES ÉTRANGES

La part unité est déterminée par le disque central et son aire est 36π.
Aire de la $1^{ère}$ couronne à partir du centre :
$144\pi - 36\pi = 108\pi$. Il faut donc 3 parts dans cette couronne soit 3 séparateurs.
Aire de la $2^{ème}$ couronne à partir du centre :
$324\pi - 144\pi = 180\pi$. Il faut donc 5 parts dans cette couronne soit 5 séparateurs.
Il faut donc positionner 8 séparateurs.



4

AMNÉSIE SUR LES BORDS DU CHER

Soit x, y et z les effectifs respectifs des troisièmes D, R et C.

1) Si $y = 28$, alors $x \times 13{,}7 + 28 \times 12{,}3 = (x+28) \times 12{,}9$ soit $0{,}8x = 28 \times 0{,}6$ soit $x = 21$.
$28 \times 12{,}3 + z \times 10{,}5 = (28+z) \times 11{,}3$ soit $0{,}8z = 28$ soit $z = 35$.

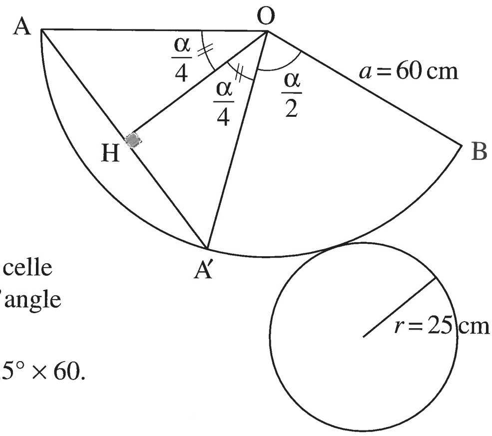
2) $x \times 13{,}7 + y \times 12{,}3 = (x + y) \times 12{,}9$ d'où $0{,}8x = 0{,}6y$ soit $x = 3/4\,y$.
$y \times 12{,}3 + z \times 10{,}5 = (y + z) \times 11{,}3$ d'où $0{,}8z = y$ soit $z = 5/4\,y$.
Le Principal a raison !

3) Alors la moyenne m des trois classes réunies est telle que :
$(3/4\,y + y + 5/4\,y) \times m = 3/4\,y \times 13{,}7 + y \times 12{,}3 + 5/4\,y \times 10{,}5$

soit $m = \dfrac{3/4 \times 13{,}7 + 12{,}3 + 5/4 \times 10{,}5}{3/4 + 1 + 5/4} = 11{,}9$.

5

DE QUOI EN BAVER !



Soit $\widehat{AOB} = \alpha$.

$\alpha = \dfrac{r \times 360}{a}$

$\alpha = \dfrac{25 \times 360}{60} = 150°$.

L'angle au sommet du patron est de 150°.

La longueur de la trace est celle du segment [AA′] tel que l'angle $\widehat{AOA'} = 75°$.

$AA' = 2 \times AH = 2 \times \sin 37{,}5° \times 60$.

$AA' \approx 73{,}1$ cm.

6

LE CHALLENGE

Pour chaque cas, ce tableau indique le nombre de matches gagnés, nuls et perdus.

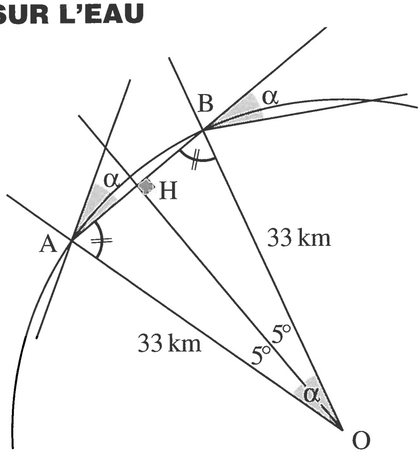
G (4 pt)	4	3	3	2	2	2	1	1	1	1	0	0	0	0	0
N (2 pt)	0	1	0	2	1	0	3	2	1	0	4	3	2	1	0
P (1 pt)	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
Score	16	14	13	12	11	10	10	9	8	7	8	7	6	5	4

Les scores possibles sont tous les entiers de 4 à 16 sauf 15.
Les scores obtenus deux fois sont :

- 7 : 1 match gagné et 3 matches perdus
  ou bien 3 matches nuls et 1 match perdu,
- 8 : 1 match gagné, 1 match nul et 2 matches perdus
  ou bien 4 matches nuls,
- 10 : 2 matches gagnés et 2 matches perdus
  ou bien 1 match gagné et 3 matches nuls.

7

UN ROND SUR L'EAU



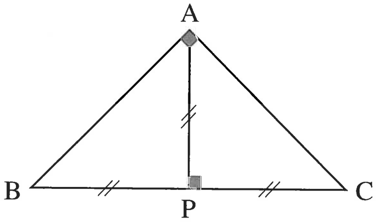
Dans le triangle rectangle OAH :
$AH = 33 \times \sin 5°$ donc $AB = 2 \times 33 \times \sin 5°$.
La durée, en secondes, pour parcourir AB est :

$$t = \frac{2 \times 33 \times \sin 5°}{180} \times 3600 = 115 \text{ s} = 1 \text{ min } 55 \text{ s}.$$

8

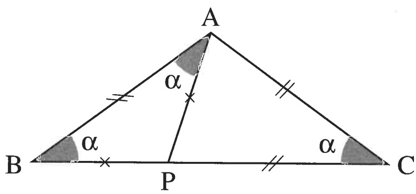
PARTAGE ISOCÈLE

a) *1[er] Cas*



Si les deux triangles isocèles APB et APC ont pour sommet principal P,
alors on a PA = PB = PC.
Le triangle ABC est donc un triangle rectangle isocèle.

b) *2[ème] Cas*



Si les deux triangles isocèles ont pour sommets principaux respectifs P et C, alors on a :

$\widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{BAP} = \alpha$.

$\widehat{CAP} = \dfrac{180° - \alpha}{2}$ donc $\widehat{BAC} = \alpha + \dfrac{180° - \alpha}{2}$.

Or $\widehat{BAC} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180°$

$\left[\alpha + \dfrac{180° - \alpha}{2}\right] + \alpha + \alpha = 180°$.

d'où $\alpha = 36°$

Conclusion :

Un triangle isocèle ABC ne peut être partagé en deux triangles isocèles que dans les deux cas suivants :

1[er] cas : ABC est rectangle en A ;

2[ème] cas : les angles à la base du triangle ABC mesurent 36°.

9

ADMIS – RECALÉS

Sur 100 candidats, soit A le nombre de candidats admis.
Le nombre de candidats recalés est $100 - A$.
Le nombre total de points obtenus par les candidats admis est $13A$.
Le nombre total de points obtenus par les candidats recalés est $7(100 - A)$.
Le nombre total de points obtenus par tous les candidats est $100 \times 10{,}6 = 1060$.
$13A + 7(100 - A) = 1060$ soit $6A = 360$ ou encore $A = 60$.
Le pourcentage des admis par rapport à l'ensemble des candidats est de 60%.

10

AU PRINTEMPS DE BOURGES

a) Marie-Claire a parcouru 300 km pour 90 F.
Le coût du transport, par personne et par kilomètre est donc de 0,30 F.
Pour le parcours Jargeau-Bourges aller–retour (AR), Pierre devrait payer : $0{,}30 \times 210 = 63$ F.
Les frais du parcours Patay-Bourges (AR), des quatre passagers, s'élèvent à 90×4 soit 360 F.
Les frais du parcours Chartres-Patay (AR), s'élèvent à : $483 - (360 + 63)$ soit 60 F pour deux personnes à bord, c'est-à-dire, 30 F par personne.

L'aller-retour Chartres-Patay représente donc : $\dfrac{30}{0{,}30}$ soit 100 km.

La distance Chartres-Patay est donc égale à 50 km.

b) L'aller-retour Chartres-Bourges mesure 400 km.

Le prix de revient du kilomètre s'élève donc à $\dfrac{483}{400}$ soit 1,2075 F.

sur le tronçon Jargeau-Bourges (AR) les frais se sont élevés à :
$1{,}2075 \times 210 = 253{,}575$ F pour 5 personnes.

Pierre devrait donc payer : $\dfrac{253{,}575}{5}$ soit 50,715 F arrondis à 51 F.

Pierre a donc raison de s'estimer lésé dans la première façon de partager les frais où il aurait dû payer 63 F.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE CHAMPAGNE - ARDENNE

L'une des caractéristiques de ce rallye réside dans le fait qu'il ne s'agit pas d'une compétition individuelle, mais d'un concours engageant l'ensemble de la classe. Cette épreuve, à l'expérience, soude la classe autour d'une démarche scientifique.

Les objectifs principaux :

- Créer, à l'intérieur des classes participantes, une dynamique pour acquérir le sens du travail de groupe.
- Initier à la démarche scientifique (expérimenter, argumenter, expliciter, vérifier ...).
- Démythifier les mathématiques en les abordant sous un angle moins scolaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

En 1989. Création du rallye ouvert dans les Ardennes et dans la Marne aux classes de 6^e, 5^e, 4^e, 3^e.
En 1992. Il est ouvert dans toute l'académie, soit : Ardennes, Aube, Marne et Haute-Marne à ces mêmes niveaux.
Depuis 2000. Il est ouvert à toutes les classes de collège et de seconde des lycées de toute l'académie

ÉPREUVES

Par classe entière
Catégories : 4
6^e, 5^e, 4^e, 3^e.
Nombres de problèmes :
12 en 1h30. Trois degrés de difficultés. Une feuille-réponse par classe.

COMPÉTITION

Demi-finale :
En avril (1h30) dans les établissements inscrits.
Finale :
En mai ou juin.

PARTENAIRES

- APMEP régionale
- Conseils Généraux
- Conseil Régional
- IUFM de Reims
- Rectorat de Reims
- Université de Reims-Chapagne-Ardenne

CONTACTS

IREM de Reims
IUFM de Reims
23 rue Clément Ader- BP175
51685 REIMS Cedex
Tél : 03 26 77 99 48 — Fax : 03 26 85 35 04

1 - ALLUMER LE FEU $6^{ème}$-$5^{ème}$

Dans ce jeu, il faut réussir à prendre les 35 allumettes qui sont dans la boîte.
Les règles sont les suivantes :

- Au premier coup, on prend une allumette.
- Les coups suivants, on doit prendre une allumette en plus ou en moins que le coup précédent.

Quel nombre minimum de coups faut-il pour réussir ?

2 - MATHS... ADORE ! $6^{ème}$-$3^{ème}$

Je fais partie d'un club de maths où nous nous amusons beaucoup !
J'ai autant de coéquipiers que de coéquipières.
Lorsqu'un garçon est absent, les trois quarts de l'équipe sont des filles.

Suis-je une fille ou un garçon ?
Combien y a-t-il de filles et de garçons dans le club ?

3 - OU EST LE CAPITAINE ? 2^{nde}

Anne dit à son ami Bertrand : « La différence entre mon âge et le tien est la même que celle entre ton âge et celui de mon fils Jean. Cette différence est égale à la moitié de l'âge de mon fils et mon âge est exactement le double de celui de mon fils !!! Quand tu auras mon âge, je soufflerai mes 60 bougies ! »

Quels sont les âges de Bertrand, d'Anne et de Jean ?

1

ALLUMER LE FEU

1 • 2 • 3 • 4 • 5 • 6 • 7 … impossible : le total est alors 28.
Je dois donc au moins diminuer une fois.
Le total est alors au maximum de 26 sur les 7 premiers coups et il n'est donc pas possible de gagner en 8 coups.
1 • 2 • 3 • 4 • 5 • 6 • 5 • 4 • 5 est une solution **en 9 coups**.
1 • 2 • 3 • 4 • 5 • 4 • 5 • 6 • 5 en est une autre…

2

MATHS… ADORE !

F et G nombres respectifs de garçons et de filles.
Envisageons les deux cas possibles :

1) Je suis un garçon.

Donc $F = G - 1$.

$$G - 1 = \frac{3}{4}(2G - 2)$$

$$4G - 4 = 6G - 6$$

$$2 = 2G$$

$$1 = G$$

$F = G - 1 = 0$ impossible.

2) Je suis une fille.

Donc $F = G + 1$.

$$G + 1 = \frac{3}{4}(2G + 1 - 1)$$

$$G + 1 = \frac{3}{2}G$$

$$2G + 2 = 3G$$

$\mathbf{G = 2}$ **et** $\mathbf{F = 3}$**.**

3

OU EST LE CAPITAINE ?

Appelons x la différence d'âge entre Anne et Bertrand.
On peut en déduire que l'âge de Jean est $2x$, celui de Bertrand est $3x$ et celui d'Anne est $4x$.
Dans x années, Anne aura 60 ans, d'où $5x = 60$ et $x = 12$.
Jean a donc 24 ans, Bertrand a 36 ans et Anne 48 ans.

BOMBYX

Rallye mathématique de Ganges et de l'académie de Montpellier

Le Collège Louise Michel de Ganges, commune de l'Hérault, organise un Rallye Mathématique depuis 1988. Il est ouvert aux élèves de CM2 et à tous les élèves des collèges, des lycées professionnels et lycées professionnels agricoles en seconde professionnelle de l'Académie de Montpellier et de l'Andorre. Il concerne plus de quatre mille élèves chaque année.

Le Rallye, appelé aussi Bombyx, se déroule en trois phases :

- les quarts de finale et les demi-finales dans chaque établissement ;
- la finale, au collège de Ganges.

À chaque étape, les concurrents sont invités à résoudre quatre problèmes en 1h30.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

La première édition du Rallye remonte à **1988/89** ; elle ne concernait que les élèves du collège de Ganges.
En 1992, le 5ème Rallye s'ouvrait aux élèves de CM2 du secteur et la compétition adhérait au C.I.J.M.
En 1997, le 10^e Rallye s'ouvre à tous les collégiens de l'académie Montpellier et de l'Andorre.
En 1999, le 12^e Rallye s'ouvre aux élèves de seconde professionnnelle.

ÉPREUVES

Individuelles
Catégories : 6
CM2, 6^e, 5^e, 4^e, 3^e, 2^{de} Pro.
Problèmes : 4 en 1h30. Seules les réponses sont demandées.

COMPÉTITION

Quarts de finale dans chaque établissement en novembre.
Demi-finales en février.
Finale et Cérémonie des Thalès au collège Louise-Michel à Ganges en mai.

PARTENAIRES

Conseils Généraux du Gard, de l'Hérault et de Lozère.
19 communes.
Inspection Pédagogique Régionale.
Rectorat de l'académie de Montpellier.
A.P.M.E.P.
I.R.E.M de Montpellier.
F.C.P.E.
Rigaud-peintures.
Celda-Soral.
Éditions Archimède.
Éditions Pentaèdre.
Éditions Belin.

CONTACTS

Le responsable de l'équipe organisatrice : Jean Versac
Collège Louise Michel
Place Jules Ferry
34190 GANGES
Téléphone : 04 67 73 81 01
Télécopie : 04 67 73 88 01

1 - À MOTS COMPTÉS — CM$_2$

millions - douze - soixante - trente - quatre - mille.
a) Utilise ces 6 mots (tous !) pour écrire en lettres puis en chiffres le plus grand nombre compris entre zéro et cent millions.
b) Utilise ces 6 mots (tous !) pour écrire en lettres puis en chiffres le plus petit nombre.

2 - CE TRIANGLE A L'AIR D'UN RECTANGLE — 6^e

(NDLR : Y a-t-il une faute d'orthographe dans le titre ?)

Trouve le nombre entier n qui vérifie :
aire du rectangle **a** = aire du triangle rectangle **b**.
Rappel : Un triangle rectangle, c'est la moitié d'un rectangle !

3 - AH, L'AMOUR ! — 5^e

Deux amoureux séparés par 60 pas se dirigent l'un vers l'autre.
Le premier fait 2 pas par seconde et le deuxième 3 pas par seconde.
Au bout de combien de secondes vont-ils se rencontrer ? …

4 - LA T.V.A. BAISSE — 3^e

Un scooter est vendu 17 487 F (prix toutes taxes comprises) avec une T.V.A. de 20,6%. (Taxe sur la Valeur Ajoutée).
Comme la T.V.A. est ramenée à 19,6%, **quel devrait être le nouveau prix de l'engin ?** (La taxe s'applique au prix hors taxe !)

5 - PRÉVISIONS ! 2^{nde} pro

Au rallye math. Bombyx, il y a de plus en plus d'inscrits et la progression est fantastique ! Jugez-en plutôt :

• Si une année, le nombre d'inscrits est pair, l'année suivante, il y a la moitié des inscrits en plus.

• Si une année, le nombre d'inscrits est impair, l'année suivante, il y a un tiers des inscrits en plus.

En 1999-2000, il y a eu très exactement **3 006** inscrits.

Combien y aura-t-il d'inscrits en 2010-2011 ?

6 - CÉSAME OUVRE-TOI ! CM_2

Pour ouvrir la porte du stade de France il faut taper un code.
Ce code est composé de quatre chiffres : 6 – 9 – 6 – 3.
Pour t'aider à trouver le bon code il faut suivre les consignes.
1) Trouve tous les nombres possibles de 4 chiffres que l'on peut écrire.
2) Classe-les dans l'ordre croissant.
3) Le code est le nombre qui est immédiatement avant le plus grand de tous ceux écrits à la question 1).

7 - LA FERME DE JEAN 5^e

Il y a des vaches et des canards derrière la maison.
On voit 26 têtes, et 82 pieds.
Quel est le nombre de vaches ?

8 - LES FAUX-JUMEAUX 4e

Ils sont bien nés entiers et se ressemblent mais chacun est l'opposé de l'inverse de l'autre.
Le premier est toujours d'accord avec tout le monde tandis que le second dit toujours le contraire.
Qui sont-ils ?

9 - ÉCHELLE PYTHAGORICIENNE 2nde pro

Lorsque l'échelle est debout contre le mur du jardin, elle le dépasse de 10 cm.
Mais quand on écarte son pied de 70 cm, elle arrive juste en haut du mur.
Quelle est donc la longueur de l'échelle ?

10 - HISTOIRE D'EN LIRE... 6e

On a utilisé 660 caractères d'imprimerie pour numéroter toutes les pages d'un livre.
Combien ce livre a-t-il de pages ?

11 - LE PRIX DU LIVRE 5e

Un écrivain a touché 5% du prix de vente de son dernier roman, soit 8 400 F. Il a vendu 800 livres en édition de luxe à 110 F pièce et 2000 en format de poches.
Quel est le prix de vente d'un livre en format de poche ?

12 - LA SOURCE DU VIDE 4e

On peut hacher le premier en mille morceaux, il restera égal à lui-même, intègre comme un dieu. Le second, qui n'est pas son frère jumeau, si on le découpe en mille morceaux, cela revient à le multiplier par lui-même.**Qui sont-ils ?**

13 - MISE EN FORME 5e

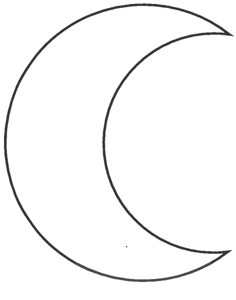
Avec une ficelle de 20cm de long, on construit un rectangle de 24 cm^2 d'aire (toute la ficelle est utilisée).
Quelles sont les dimensions de ce rectangle?
Indication : la longueur et la largeur du rectangle sont des nombres entiers.

14 - RESTONS PROPRES ! 5e

Si 10 personnes ont besoin de 5 jours pour nettoyer une plage, combien faudrait-il, théoriquement, de personnes pour nettoyer la même plage en 2 jours ?

15 - PAS DE QUARTIER POUR LA LUNE ! 6e

En traçant seulement trois droites, partager le croissant de lune ci-dessous en **dix** parties.



16 - ÇA DÉCOIFFE ! 3e

Marie-Renée a trois amies: Éliane, Fanny et Gabrielle. Marie-Renée n'est pas blonde, les cheveux d'Éliane ne sont pas châtains et Gabrielle n'est pas brune. Marie-Renée est plus claire que Fanny, Éliane est plus claire que Gabrielle et seules deux d'entre elles ont les cheveux de la même couleur.

Quelle est la couleur des cheveux de chacune de ces quatre charmantes personnes?

17 - TRAITEMENT DE L'EAU 4e

Une famille utilise en moyenne 100 litres d'eau par jour.
Une station d'épuration traite 2 m^3 par seconde .

Combien de familles peuvent-elles être raccordées à cette station ?

18 - MEUH !!! 5e

Dans le troupeau de Monsieur Anatole, il y a 85 têtes (des vaches et des bœufs). Chaque vache donne 20 litres de lait par jour et il faut 1,5 litre de lait pour fabriquer un fromage. Monsieur Anatole a fabriqué 6 720 fromages par semaine.

Combien y a-t-il de bœufs dans le troupeau ?

Solutions

1

À MOTS COMPTÉS

a) Soixante douze millions trente quatre mille, 72 034 000.
b) Quatre millions trente mille soixante douze, 4 030 072.

2

CE TRIANGLE A L'AIR D'UN RECTANGLE

Aire du triangle rectangle **b** : $(40 \times 3)/2 = 60$.
Aire du rectangle **a** : $6 \times n$.
Donc $6 \times n = 60$; ainsi $n = 10$.

3

AH, L'AMOUR !

En 12 secondes, le premier aura fait 24 pas et le second 36 pas.
La somme fait 60 pas donc ils se rencontreront au bout de 12 secondes.

4

LA T.V.A. BAISSE

Avec une T.V.A. à 20,6%, un article dont le prix hors taxe est de 100 F est vendu 120,60 F. Il y a proportionnalité entre le prix hors taxe et le prix toutes taxes comprises, donc appliquons la “règle de trois” :
$17\,487 \times 100 \div 120{,}6 = 14\,500$; c'est le prix hors taxe.
Pour calculer le nouveau prix du scooter, effectuons :
$14\,500 \times 119{,}6 \div 100 = 17\,342$.
Avec une T.V.A. ramenée à 19,6%, le nouveau prix de l'engin devrait être de 17 342 F.

5

PRÉVISIONS !

On remplit un tableau :

1999-2000 3006	2000-2001 4509	2001-2002 6012	2002-2003 9018
2003-2004 13527	2004-2005 18036	2005-2006 27054	2006-2007 40581
2007-2008 54108	2008-2009 81162	2009-2010 121743	2010-2011 162324

6

CÉSAME OUVRE-TOI !

3669-3696-3966-6369-6396-6639-6693-6936-6963-9366-**9636**-9663.
Le code est **9636**.

Solutions

7

LA FERME DE JEAN

Il y a 26 têtes donc au moins $26 \times 2 = 52$ pieds.
Les pieds supplémentaires proviennent exclusivement des vaches !
$82 - 52 = 30$. Ces 30 pieds appartiennent à 15 vaches.
Récapitulons : il y a 15 vaches et $26 - 15 = 11$ canards ; le nombre de pieds est : $15 \times 4 + 11 \times 2 = 60 + 22 = 82$. C'est juste. Il y a **15 vaches**.

8

LES FAUX-JUMEAUX

Le premier est le nombre **1**, le second est le nombre **–1**.

9

ÉCHELLE PYTHAGORICIENNE

Soit $HM = m$ la hauteur du mur et $HE = e$ la hauteur de l'échelle. On a $m = e - 10$. D'après ce bon vieux Pythagore dans HME rectangle en M : $EH^2 = HM^2 + ME^2$. $e^2 = (e-10)^2 + 70^2$. $e^2 = e^2 - 20e + 100 + 4900$ donc $e = 250$ cm soit 2,50 m. L'échelle mesure **2,50 m**.

10

HISTOIRE D'EN LIRE...

On a utilisé 9 caractères d'imprimerie pour numéroter les pages 1 à 9.
On a utilisé $90 \times 2 = 180$ caractères pour numéroter les pages 10 à 99.
On a donc utilisé 189 caractères pour numéroter les 99 premières pages.
$660 - 189 = 471$. On a donc utilisé les 471 caractères restants pour numéroter les pages suivantes à partir de la page 100, ce qui nécessite 3 caractères par page.
$471 : 3 = 157$. On a ainsi numéroté 157 pages de plus.
$99 + 157 = 256$. Ce livre a **256 pages**.

11

LE PRIX DU LIVRE

5% du prix de vente représente 8 400 F.
$8\,400 \times 20 = 168\,000$, donc le prix de vente total est 168 000 F.
$800 \times 110 = 88\,000$, le prix des livres de luxe est 88 000 F.
$168\,000 - 88\,000 = 80\,000$, le prix des livres de poche est 80 000 F.
$80\,000 : 2\,000 = 40$. Donc chaque livre de poche coûte **40 F**.

12

LA SOURCE DU VIDE

Le seul nombre inchangé par la division est le nombre 0.
Soit x ce deuxième nombre non nul. Cela revient à résoudre l'équation $\frac{x}{1000} = x \times x$ ce qui équivaut à $\frac{1}{1000} = x$ en divisant les deux membres par x.
Les deux nombres sont donc **0 et 0,001**.

Solutions

13

MISE EN FORME

Les seuls couples d'entiers naturels dont le produit vaut 24 sont : (1 ; 24), (2 ; 12), (3 ; 8) et (4 ; 6). Seul le couple (4 ; 6) a une double somme valant 20. Les dimensions du rectangle sont donc de **4 cm** pour la largeur et de **6 cm** pour la longueur.

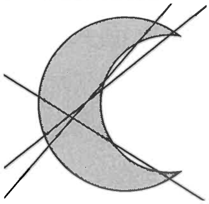
14

RESTONS PROPRES !

Pour nettoyer en 2,5 fois moins de temps il faut théoriquement avoir 2,5 fois plus de personnes. Il faudrait donc **25 personnes** pour nettoyer la plage en 2 jours.

15

PAS DE QUARTIER POUR LA LUNE !



16

ÇA DÉCOIFFE !

Éliane est plus claire que Gabrielle qui n'est pas brune donc Gabrielle a les cheveux châtains et Éliane est blonde. Marie-Renée est plus claire que Fanny et elle n'est pas blonde, alors elle a les cheveux châtains et Fanny est brune. Marie-Renée et Gabrielle ont les cheveux châtains, Éliane est blonde et Fanny est brune.

17

TRAITEMENT DE L'EAU

Volume d'eau que la station peut traiter par jour : $2 \times 3600 \times 24 = 172\,800$.
La station peut traiter 172 800 m^3 d'eau par jour donc 172 800 000 litres.
Comme chaque famille consomme 100 litres d'eau par jour,
172 800 000 : 100 = 1 728 000.
1 728 000 familles peuvent être raccordées à cette station.

18

MEUH !!!

Chaque semaine, M. Anatole fabrique 6 720 fromages ce qui fait 960 par jour (6720 : 7 = 960).
Pour fabriquer chaque fromage, il faut 1,5 ℓ de lait ; pour les 960 fromages, il faut donc 1440 ℓ de lait ($960 \times 1{,}5 = 1440$).
Chaque vache donne 20 ℓ de lait par jour. Il faut 72 vaches pour obtenir les 1440 ℓ de lait quotidiens (1440 : 20 = 72).
Sur 85 têtes de bétail, si 72 sont des vaches, alors **13 sont des bœufs**.

TOURNOI MATHÉMATIQUE DU LIMOUSIN

Le Tournoi, qui s'adresse aux élèves de quatrième et aux lycéens, travaillant par équipe de deux, obtient la participation de tous les lycées et de plus de trois collèges sur quatre dans les trois départements de la Région : Corrèze, Creuse et Haute-Vienne.

Développer le goût de la recherche scientifique, promouvoir l'image des mathématiques auprès des jeunes et du grand public, tels sont ses objectifs.
La remise des prix, grande fête des mathématiques et des jeunes a lieu au printemps. Un grand nombre de jeunes de toutes sections y sont récompensés.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le Tournoi mathématique du Limousin a été créé en 1987 par la Régionale de Limoges de l'APMEP, le département de Mathématique de la Faculté des Sciences de Limoges, l'Inspection Pédagogique Régionale, l'IREM de Limoges, groupés en association « loi 1901 ».
Cinq mille élèves de quatrième et deux mille lycéens ont participé au Tournoi Mathématique du Limousin en 2002.

COMPÉTITION

Épreuve 4ème : le 14 janvier 2003 (2 heures durant le temps scolaire).
Épreuve en lycée : le 15 janvier 2003 (3 heures durant le temps scolaire).
Remise des prix : le 5 avril, au Centre Culturel Jean Moulin à Limoges.

PARTENAIRES

Rectorat,
Conseil Général du Limousin,
Conseils Généraux de Corrèze, Creuse et Haute-Vienne.
Banque Tarneaud …

ÉPREUVES

Par équipe de 2.
Catégories : $4^{\text{ème}}$ et $2^{\text{nde}}/1^{\text{ère}}$/terminales.
Les textes proposés, sous forme ludique, donnent envie de chercher, nécessitent une solution rédigée et sont susceptibles de prolongements.

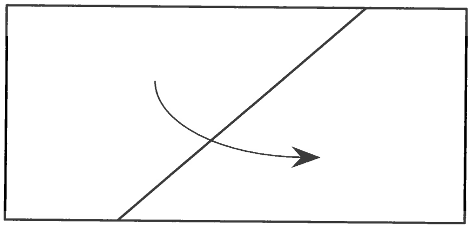
CONTACTS

Tournoi Mathématique du Limousin :
IREM 123, av. Albert Thomas 87060 Limoges CEDEX
Jean Lebraud :
15, rue Jean Jaurès 87350 Panazol
Tél : 05 55 30 82 78

Énoncés

1 - PLIEZ, PERCEZ... 4ème

Pliez une feuille rectangulaire suivant un pli de votre choix :



Repliez suivant une autre direction afin d'obtenir 4 épaisseurs de papier. Percez une seule fois les quatre épaisseurs avec une pointe de compas.

Dépliez : les quatre trous obtenus sont les sommets d'un trapèze isocèle ; justifiez.

Comment plier une autre feuille et comment la percer une seule fois pour obtenir quatre trous qui sont :

- sommets d'un rectangle ?
- sommets d'un carré ?

2 - SUPER-1 4ème

Anne compte les entiers positifs, inférieurs ou égaux à 160, dont l'écriture contient le chiffre 1.

Barbara compte les entiers positifs, non nuls, inférieurs ou égaux à 160, qui s'écrivent sans le chiffre 1.

Elles trouvent le même résultat et s'exclament :
« génial ! 160 est un *super-1.* »

Vérifiez leurs calculs.

Quels sont les trois plus petits *super-1* ?

3 - OBJECTIF 2000 $4^{ème}$

En partant de 1, on peut arriver à 2000 en n'utilisant que deux opérations :

- ajouter 1,
- multiplier par 3.

Donnez un exemple et dites en combien d'étapes vous avez réussi.
Quel est le nombre minimum d'étapes à utiliser ?

4 - ABATTEZ VOS CARTES ! $4^{ème}$

On veut recouvrir en partie un rectangle de 13 cm sur 8 cm en utilisant sept cartes de 5 cm sur 3 cm.
Les cartes peuvent se chevaucher (mais ne les coupez pas !).

Proposez trois dispositions laissant :

- la première, une partie découverte de 4 cm^2,
- une autre, une partie découverte de 3 cm^2,
- la dernière, une partie découverte de 2 cm^2.

5 - LE PRIX DU SOLEIL $4^{ème}$

Alice vend les voyelles mais offre gratuitement les consonnes et les accents.
Au pays d'Alice, Vénus vaut 30 euros, Mercure vaut 43 euros et Uranus 54 euros. Jupiter vaut le double de Mars et Pluton a le même prix que la Terre.

Quel est le prix du Soleil ?

Énoncés

6 - COUPEZ, ASSEMBLEZ $4^{ème}$

Théo veut découper un rectangle en quatre trapèzes rectangles de même aire.
Comment peut-il faire ?

Léa veut découper un trapèze rectangle et reconstituer avec tous les morceaux quatre trapèzes rectangles de même aire. Aidez-la.
Attention : les trapèzes rectangles dont il est question ici ne doivent pas être des rectangles.

7 - À LA QUEUE LEU LEU ! $1^{ère}$-Term

1999 = 999 + 1000

Quels sont les entiers naturels qui, comme 1999, peuvent s'écrire comme somme de deux entiers naturels consécutifs ?

2000 = 398 + 399 + 400 + 401 + 402

Trouver tous les entiers naturels inférieurs ou égaux à 20 qui peuvent s'écrire comme somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs.

Plus généralement, quels sont les entiers naturels pouvant s'écrire comme somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs ?

8 - GRAND RALLYE PÉDESTRE Lycée

Claude et Dominique sont engagés dans le Grand Rallye Pédestre du Limousin.
Claude, dossard bleu, en catégorie cadet et Dominique, dossard rouge, en catégorie junior.
Pour chaque catégorie, la numérotation des dossards commence à 1 et on ne saute pas de numéro.

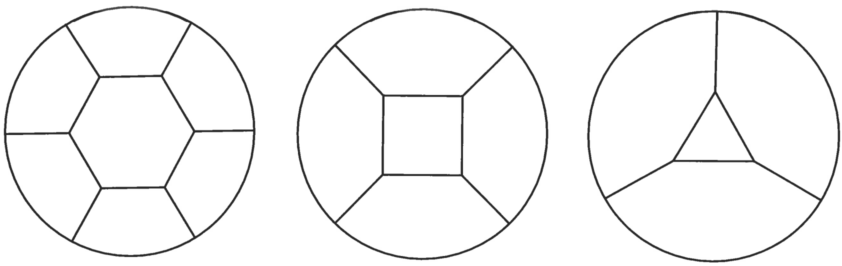
Dans l'ambiance électrique du départ, Claude observe ses adversaires et dit à Dominique :
« C'est curieux, j'ai fait la somme des numéros de dossards (bleus) qui sont plus petits que le mien et j'observe qu'elle est égale à la somme des numéros de dossards (bleus) qui sont plus grands que le mien ! ».
Dominique éclate de rire et lui dit :
« Vous n'êtes même pas une douzaine dans ta catégorie, c'était facile à observer. Admire un peu, je suis dans la même situation que toi dans ma catégorie et pourtant nous sommes bien plus nombreux que vous, même si nous sommes loin d'atteindre la centaine ! ».

Alors combien y a-t-il de concurrents engagés au Grand Rallye Pédestre du Limousin en catégorie cadet et en catégorie junior ?

Énoncés

9 - L'ARTISTE ET SES TOILES Lycée

Une araignée a tissé sa toile plane dans l'anneau circulaire d'un panier de basket. Tous les segments constituant la toile ont la même longueur ; le polygone central est régulier et les segments qui le relient au cercle sont sur des droites passant par le centre du cercle. Pour rivaliser avec l'araignée, construisez à la règle et au compas les toiles suivantes (le cercle et son centre sont donnés) :



10 - PILES D'ASSIETTES Lycée

2001 assiettes identiques sont réparties en 3 piles de hauteurs différentes. Quel nombre minimum d'assiettes peut contenir la plus haute pile ?

2001 assiettes identiques sont réparties en 5 piles de hauteurs différentes. Quel nombre minimum d'assiettes peut contenir la plus haute pile ? Quel nombre minimum d'assiettes peut-on obtenir en réunissant les deux plus hautes piles ? (Sans en casser !)
Donner une disposition réalisant ce minimum.

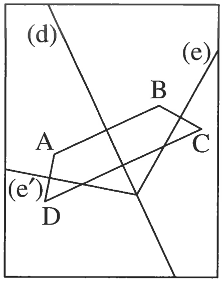
N assiettes identiques sont réparties en 5 piles de hauteurs différentes. Quel nombre minimum d'assiettes peut-on obtenir en réunissant les deux plus hautes piles ?

N assiettes identiques sont réparties en n piles de hauteurs différentes. Quel nombre minimum d'assiettes peut-on obtenir en réunissant les p plus hautes piles ?

1

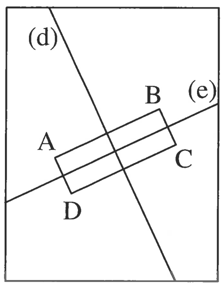
PLIEZ, PERCEZ...

On plie suivant (d), puis suivant (e) [ou (e′)], on perce les 4 épaisseurs, on ouvre et on obtient :

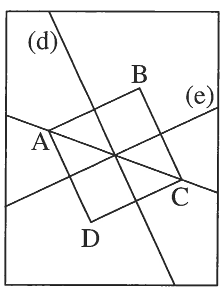


ABCD est un trapèze isocèle, car [AD] et [BC] se correspondent par symétrie d'axe (d).

Pour obtenir un rectangle, il faut en plus un angle droit (par exemple en B), et donc que (d) et (e) soient perpendiculaires :



Pour obtenir un carré, il faut en plus que A (par exemple) soit équidistant de (d) et (e), donc on perce sur une bissectrice d'un angle droit formé par (d) et (e). La bissectrice est obtenue par un troisième pli :



2

SUPER-1

Comptons parmi les entiers non nuls inférieurs à 160 ceux qui s'écrivent avec un 1 et ceux qui s'écrivent sans 1 :

	de 1 à 9	de 10 à 19	de 20 à 99	de 100 à 160	total
avec 1	1	10	8	61	80
sans 1	8	0	72	0	80

Pour trouver effectivement les premiers super-1 traçons une droite et écrivons au-dessus de cette droite les nombres dont l'écriture contient le chiffre 1 et au-dessous ceux dont l'écriture ne contient pas le chiffre 1. On obtient :

1									10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		21			
	2	3	4	5	6	7	8	9											20		22	23	24

2, 16, 24 sont les trois plus petits super-1 ; le suivant est 160.

24 est un super-1, car il y a 12 nombres contenant le chiffre 1 inférieurs ou égaux à 24, donc 12 nombres inférieurs ou égaux à 24 ne contenant pas le chiffre 1.

3

OBJECTIF 2000

Il est plus économique (en étapes) de multiplier par 3 que d'ajouter 1, a fortiori quand le nombre est « grand ».

Le plus grand multiple de 3 inférieur à 2000 est1998, c'est donc lui qu'on cherche à atteindre.

$1998 = 3 \times 666$, $666 = 3 \times 222$, $222 = 3 \times 74$.

On cherche alors le plus grand multiple de 3 inférieur à 74 : c'est 72,

$72 = 3 \times 24$, $24 = 3 \times 8$

puis le plus grand multiple de 3 inférieur à 8 : c'est 6, $6 = 3 \times 2$.

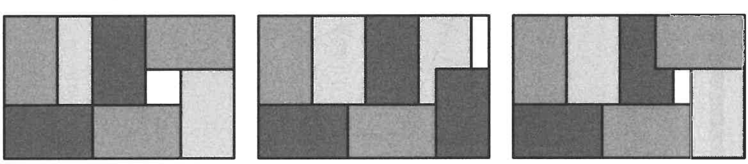
On a alors les 13 étapes suivantes :

$$1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{\times 3} 6 \xrightarrow{+1} 7 \xrightarrow{+1} 8 \xrightarrow{\times 3} 24 \xrightarrow{\times 3} 72 \xrightarrow{+1} 73 \xrightarrow{+1}$$

$$74 \xrightarrow{\times 3} 222 \xrightarrow{\times 3} 666 \xrightarrow{\times 3} 1998 \xrightarrow{+1} 1999 \xrightarrow{+1} 2000.$$

4

ABATTEZ VOS CARTES !



5

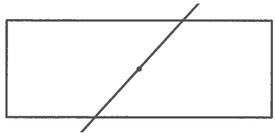
LE PRIX DU SOLEIL

Appelons a, e, i, o, u les valeurs en euros des voyelles correspondantes.
Le prix, en euros, de Vénus s'obtient ainsi : $e + u = 30$, celui de Mercure ainsi : $2e + u = 43$. Par différence on trouve : $e = 13$.
Comme $e + u = 30$, $u = 30 - 13 = 17$.
Le prix d'Uranus s'obtient ainsi : $2u + a = 54$. Donc $a = 54 - 2 \times 17 = 20$.
Le prix de Jupiter est le double de celui de Mars, donc : $u + i + e = 2a$ d'où $17 + i + 13 = 40$ et $i = 10$.
Pluton et la Terre ont le même prix, donc : $u + o = 2e$ d'où $17 + o = 26$ et $o = 9$.
Le prix du Soleil se calcule ainsi : $o + e + i = 9 + 13 + 10 = 32$.
Le prix du Soleil est 32 euros.

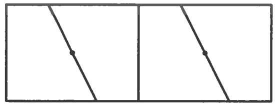
6

COUPEZ, ASSEMBLEZ

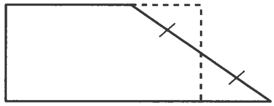
Théo peut utiliser le partage d'un rectangle en deux trapèzes de même aire à l'aide d'une droite passant par le centre de symétrie du rectangle (les deux trapèzes sont symétriques par rapport au centre du rectangle et ont donc la même aire) :



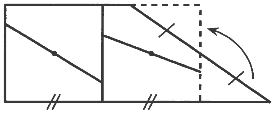
On peut donc découper le rectangle de départ en deux rectangles de même aire, grâce à un de ses axes de symétrie et ensuite découper les deux rectangles obtenus comme expliqué ci-dessus. Théo peut obtenir :



Léa peut facilement découper un trapèze rectangle et assembler les morceaux pour obtenir un rectangle. Sur la figure ci-dessous les deux triangles rectangles sont symétriques par rapport à leur sommet commun.



Léa peut ensuite appliquer le même procédé que Théo :



Bien entendu, il y a d'autres solutions ...

Solutions

7

À LA QUEUE LEU LEU !

La somme de deux entiers consécutifs peut s'écrire : $n + (n+1) = 2n + 1$, les nombres pouvant ainsi s'écrire sont tous les nombres impairs.

Parmi les entiers inférieurs ou égaux à 20, peuvent s'écrire comme somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs tous les nombres impairs ainsi que :
$1+2+3=6$, $2+3+4=9$, $3+4+5=12$, $4+5+6=15$,
$5+6+7=18$, $1+2+3+4=10$, $2+3+4+5=14$,
$3+4+5+6=18$, $1+2+3+4+5=15$, $2+3+4+5+6=20$.
On constate que seuls les nombres 0, 2, 4, 8, 16 ne figurent pas dans la liste ci-dessus.

Nous allons montrer que, plus généralement, les nombres entiers de la forme 2^k, $k \geqslant 1$, sont les seuls avec 0, qui ne peuvent s'écrire comme somme d'au moins deux entiers naturels consécutifs.
Soit S une somme d'entiers consécutifs : $S = x + (x+1) + \ldots\ldots + (x+n-1)$ avec $(x \geqslant 1\ , n \geqslant 2)$, on a : $S = nx + \dfrac{n(n-1)}{2}$

1^er cas : $n = 2p\ \ (p \geqslant 1)$; $S = p \times [2(x+p)-1]$ avec $[2(x+p)-1]$ nombre impair supérieur ou égal à 3.

2^ème cas : $n = 2p+1\ \ (p \geqslant 1)$; $S = (2p+1)(x+p)$ avec $2p+1$ nombre impair supérieur ou égal à 3.

S est donc toujours divisible par un nombre impair supérieur ou égal à 3, il n'est donc pas possible d'obtenir un nombre de la forme 2^k, $k \geqslant 1$.
2^k ne peut pas s'écrire comme somme d'au moins deux entiers consécutifs.

En revanche, soit N un nombre qui n'est pas de la forme 2^k, alors $N = 2^k \times (2m+1)$ avec $m \geqslant 1$, on peut avoir $S = N$ en choisissant :
Dans le 1^er cas, $p = 2^k$, $n = 2p$, $x+p = m+1$ c'est à dire $x = m+1-2^k$ (c'est possible si $x \geqslant 1$ c'est à dire $m \geqslant 2^k$).
Dans le 2^ème cas, $p = m$, $n = 2p+1$, $x+p = 2^k$ c'est à dire $x = 2^k - m$ (c'est possible si $x \geqslant 1$ c'est à dire $m \leqslant 2^k - 1$).
On peut donc toujours écrire, pour $m \geqslant 1$ et $N = 2^k \times (2m+1)$, N comme somme d'au moins deux entiers consécutifs.

8

GRAND RALLYE PÉDESTRE DU LIMOUSIN

Soit n le nombre de concurrents engagés dans une catégorie et soit p le numéro du dossard de Claude (respectivement Dominique).
Somme des numéros des dossards plus petits que p :

$$1 + 2 + 3 + \dots + (p-1) = \frac{p(p-1)}{2}$$

Somme des numéros des dossards plus grands que p :

$$(p+1) + (p+2) + \dots\dots + n \text{ c'est à dire : } (n-p) \times \frac{p+1+n}{2}$$

En écrivant l'égalité et en simplifiant on trouve : $p^2 = \frac{n(n+1)}{2}$

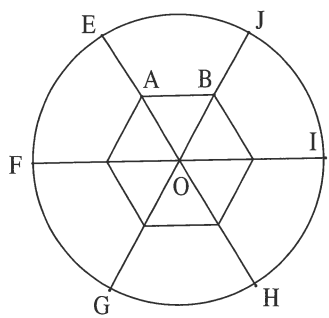
On obtient les solutions par essais successifs : on donne à n les valeurs 1, 2, 3, … et on regarde si $\frac{n(n+1)}{2}$ est le carré d'un entier.

Dans la catégorie cadet, il y a moins de 12 engagés, on trouve une solution $n = 8$ et $p = 6$.
Dans la catégorie junior, n est plus grand mais inférieur à 100, en continuant à examiner les valeurs successives de n on trouve une seule autre solution $n = 49$ et $p = 35$.

9 début

L'ARTISTE ET SES TOILES

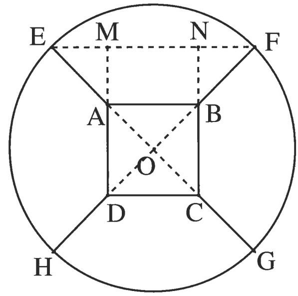
Première toile



D'après les propriétés d'un hexagone régulier, ABO est équilatéral donc : AB = AO, or AB = AE donc A est le milieu de [EO].
On construit d'abord un hexagone régulier dont les sommets sont sur le cercle. E étant l'un de ces sommets, on construit le milieu A de [EO] puis le cercle de centre O et de rayon OA, et enfin un hexagone de centre O dont A est un sommet. Réciproquement, supposons A milieu de [EO], EA=AO, or AO=AB donc EA=AB.

Deuxième toile

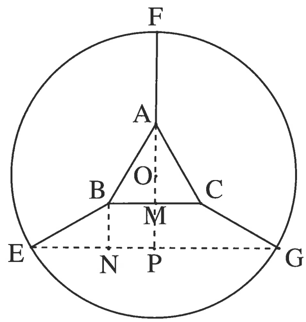
Complétons le dessin comme indiqué ci-contre : les triangles rectangles isocèles MEA, NBF, AOB sont superposables.



donc EC = EA + AO + OC,
EC = MN + EM + NF = EF.
On construit deux diamètres perpendiculaires EG et HF, la propriété EC = EF permet de construire C puis le cercle de centre O et de rayon OC, on complète alors le carré ABCD.
Réciproquement, supposons EC = EF, EA + 2 AO = MN + 2 EM,
$EA + \sqrt{2}\,AB = AB + \sqrt{2}\,EA$, $EA\,(1-\sqrt{2}) = AB\,(1-\sqrt{2})$, EA = AB.

Troisième toile

Considérons le dessin ci-contre :
ABM et EBN sont deux triangles semi-équilatéraux superposables.

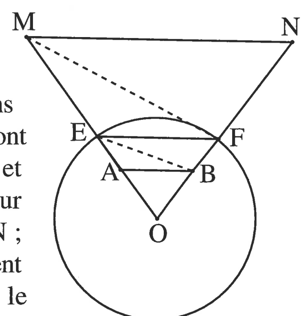


EP = EN + NP, EP = AM +MP, EP = AP
Construisons d'abord un triangle équilatéral EFG, les rayons [OE], [OF], [OG].
Soit P le milieu de [EG], la propriété EP = AP permet de construire A puis le cercle de centre O et de rayon OA et enfin les points B et C. Réciproquement, supposons EP = AP, EN + NP = AM + MP, EN + BM = AM + BN

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\,EB + \frac{1}{2}\,AB = \frac{\sqrt{3}}{2}\,AB + \frac{1}{2}\,EB,\ \ EB\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right) = AB\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}\right),$$

EB = AB.

Chacune des constructions précédentes est adaptée au nombre de côtés du polygone situé au centre de la toile.



Voici maintenant une construction valable dans tous les cas : soit un polygone de n sommets dont [EF] est l'un des côtés, on veut construire A et B tels que EA = AB = BF ; plaçons M et N sur les droites (OE) et (OF) avec ME = EF = FN ; la figure formée par le triangle OEF et le segment [AB] est l'image de la figure formée par le triangle OMN et le segment [EF] par l'homothétie de centre O qui transforme M en E ; les droites (MF) et (EB) sont donc parallèles ; ayant construit M et N, on peut ainsi construire A et B.

9 fin

10

PILES D'ASSIETTES

Notons a, b, c, les nombres d'assiettes dans les trois piles, avec $a < b < c$.
On a : $b \leqslant c - 1$ et $a \leqslant b - 1$ donc : $a \leqslant c - 2$.
Donc : $a + b + c \leqslant (c - 2) + (c - 1) + c$, c'est à dire : $2001 \leqslant 3c - 3$.
On en déduit : $\mathbf{c \geqslant 668}$.
On réalise ce minimum en prenant $a = 666$, $b = 667$, $c = 668$.

Avec 5 piles d'effectifs a, b, c, d, e et $a < b < c < d < e$, on a :
$a + b + c + d + e \leqslant (e - 4) + (e - 3) + (e - 2) + (e - 1) + e$
$2001 \leqslant 5e - 10$, donc : $e \geqslant 2011/5$, $e \geqslant 402{,}2$ donc : $\mathbf{e \geqslant 403}$.
D'autre part, $a + b + c + d + e \leqslant (d - 3) + (d - 2) + (d - 1) + d + e$
d'où : $2001 \leqslant 4(d + e) - 6 - 3e$, $4(d + e) \geqslant 2007 + 3e \geqslant 2007 + 1209$.
On en déduit : $\mathbf{d + e \geqslant 804}$.
Réalisation : $a = 398$, $b = 399$, $c = 400$, $d = 401$, $e = 403$.

Avec N assiettes réparties en 5 piles, on montre comme précédemment
$N \geqslant 5e - 10$, soit $e \geqslant 2 + N/5$ et $4(d + e) \geqslant N + 6 + 3e$;
posons $N = 5q + r$ avec $0 \leqslant r \leqslant 4$

r	0	1	2	3	4
$e \geqslant$	$q + 2$	$q + 3$	$q + 3$	$q + 3$	$q + 3$
$d + e \geqslant$	$2q + 3$	$2q + 4$	$2q + 5$	$2q + 5$	$2q + 5$

On a maintenant N assiettes réparties en n piles d'effectifs strictement croissants $x_1, x_2, \ldots x_n$, on réunit les p plus gros tas.
Posons $y_i = x_i - i$; on a : $y_1 \leqslant y_2 \leqslant \ldots\ldots \leqslant y_n$.
Soit $N' = N - (1 + 2 + \ldots + n)$ et $N' = nq + r$ avec $0 \leqslant r \leqslant n - 1$.
Le minimum de la somme des y_i associés aux p plus gros tas est obtenu pour la suite :
$q, q, q, \ldots q, q+1, q+1, \ldots\ldots q+1$ (r fois $q + 1$) et vaut : $\min(r, p) + q \times p$.
Le minimum de la somme des effectifs des p plus gros tas est donc :
$\min(r, p) + q \times p + p \times \dfrac{n + n - p + 1}{2}$.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LOIRE-ATLANTIQUE

Comme d'autres compétitions, le Rallye Mathématique de Loire-Atlantique est une occasion de motiver les élèves à la résolution de problèmes, d'énigmes, à travers le plaisir de la recherche, le jeu, …

Il s'adresse à des classes.
Jusqu'en 1999, dix niveaux étaient concernés :
- CM1 et CM2
- 6ème et 5ème
- 6ème, 5ème, 4ème et 3ème SEGPA
- 4ème et 3ème Techno.

En 2000, six niveaux :
- 6ème et 5ème
- 6ème, 5ème, 4ème et 3ème SEGPA

La variété des problèmes proposés réclame des savoir-faire multiples (intuition, analyse, prise d'initiatives, schématisation, manipulations, tâtonnement, raisonnement, choix de la tâche à accomplir,...). Le nombre de problèmes et leur difficulté sont choisis de telle façon que chaque élève de la classe puisse participer et que l'ensemble de la tâche soit trop lourd pour des individus, fussent-ils de bons élèves.

La réponse est collective.
Avec ces problèmes "ludiques", le Rallye peut contribuer à développer chez les élèves certaines compétences : résoudre des problèmes, conjecturer, lire et comprendre un énoncé, débattre, argumenter et contre-argumenter, travailler en équipe, communiquer, écouter et comprendre les autres, vérifier une réponse, tester une solution, s'organiser collectivement pour chercher et se mettre d'accord pour proposer la réponse de la classe, tout cela sans l'aide de l'enseignant.

Le Rallye, c'est aussi l'occasion d'une réflexion commune sur l'enseignement des mathématiques à l'école, au collège, en SEGPA et en Lycée Professionnel, et d'échanges entre enseignants.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

- **en 90/91** : Création du Rallye Mathématique de Loire-Atlantique pour les classes de CM1, CM2, 6ème, 5ème, “petit frère” du Rallye Mathématique du Maine-et-Loire, à l’initiative de professeurs de l’IREM des Pays de la Loire, de professeurs de l’École Normale de Nantes et de l’Inspection Académique de Loire-Atlantique. 145 classes inscrites.
- **en 91/92** : Extension aux 6ème et 5ème de SEGPA. 310 classes.
- **en 92/93, 93/94, 94/95** : 340 classes.
- **en 95/96** : Extension aux 4ème et 3ème de SEGPA. 375 classes.
- **en 96/97** : Extension aux 4ème et 3ème Techno. 395 classes.
- **en 97/98** : 500 classes.
- **en 98/99** : 520 classes.
- **en 99/2000** : arrêt du Rallye en primaire et en 4ème et 3ème Techno. 290 classes

ÉPREUVES

Par classe entière.
Dix catégories : CM1 et CM2 - 6ème et 5ème - 6ème, 5ème, 4ème et 3ème de SEGPA - 4ème et 3ème Techno.
Épreuves de dix problèmes (six en SEGPA et classes Techno) à résoudre en une heure.
En 2000, lors de la 2ème épreuve, les élèves ont dû choisir six problèmes (quatre en SEGPA) dans une liste de douze.
Les réponses, la plupart sans explication, sont demandées sur le bulletin-réponse collectif, fourni à la classe.

COMPÉTITION

Entraînement au 1er trimestre.
1ère épreuve en Février.
2ème épreuve en Avril.
Finale (sauf en 1996) en juin
(3 classes par catégorie).

PARTENAIRES

APMEP (Régionale de Nantes),
Biscuiterie Nantaise (BN),
BricFruit,
Cabinet d’assurances Guimard,
CASIO,
Crédit Agricole de Loire-Atlantique,
IGN,
Jeux Guy Jeandel,
et la ville de Cordemais,
qui nous accueille gracieusement pour la Finale.

CONTACTS

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LOIRE-ATLANTIQUE
IREM des Pays de la Loire
2, rue de la Houssinière - BP 92208
44322 NANTES CEDEX 3
Tél : 02 51 12 59 40
Fax : 02 51 12 59 41

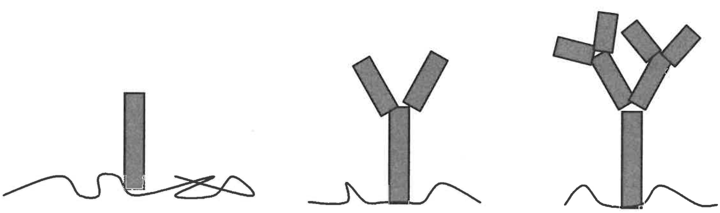
1 - LE NOMBRE DE POINTS DES PROBLEMES DE LA FINALE — Catégorie CM1

Pour la Finale du Rallye Mathématique 1998, le total des points des **neuf** problèmes était de **100**.
Tous les problèmes avaient un nombre entier de points, toujours plus grand que **5**.
Tous les problèmes avaient des nombres de points différents.
Seuls deux problèmes avaient des nombres **impairs** de points.

Quels étaient les nombres de points de chaque problème ?

2 - LE BOUT DE BOIS MAGIQUE — Catégorie CM1

En 1995, Nictric a planté un bout de bois magique.
En 1996, le bout de bois a fait 2 branches.
En 1997, chaque branche a donné deux autres branches.



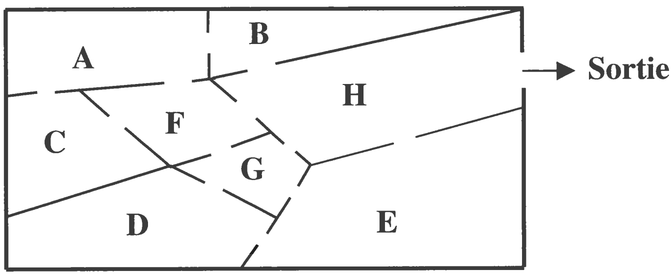
1995 1996 1997

Et ainsi de suite, chaque année, chaque branche a donné deux nouvelles branches.
En 2001, l'arbre ne fera pas de nouvelles branches, mais **une feuille** poussera à l'extrémité de chacune des dernières branches.

Combien de feuilles aura alors l'arbre de Nictric ?

3 - LES ESPIONS   Catégorie CM2

Pendant le stage de formation des espions, au royaume Taitronne, un exercice particulier est proposé :
les agents 001, 002, 003, 004, 005, … 015, sont tous réunis dans la pièce **F** du bâtiment (vu d'avion) que voici :



A tour de rôle, ils doivent quitter ce bâtiment, **mais chacun par un chemin différent des autres**.
De plus, un espion ne doit pas aller deux fois dans la même pièce et il doit passer par les portes !

Combien d'espions, au maximum, pourront sortir du bâtiment ?
Par quels chemins ?

4 - Un MESSAGE SECRET   Catégorie 6ème

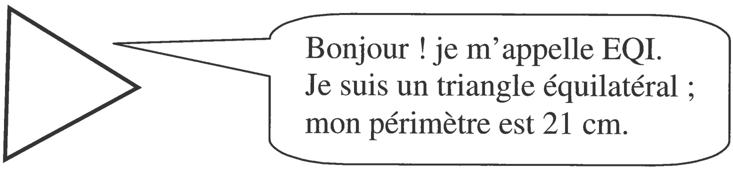
Dans cette opération, chaque lettre représente un chiffre, de 0 à 9.

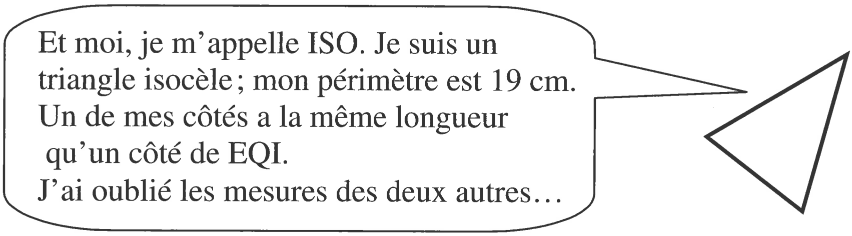
$$\begin{array}{cllllll} & R & A & L & L & Y & E \\ + & R & E & U & S & S & I \\ \hline & F & I & N & A & L & E \end{array}$$

Bien évidemment, deux chiffres différents sont représentés par deux lettres différentes.

Retrouvez l'addition, sachant que Y vaut 5.

5 - Les DEUX TRIANGLES Catégorie 6ème

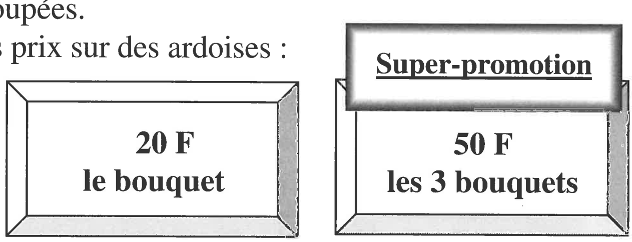




Dessinez EQI et ISO.
Si vous trouvez plusieurs solutions, donnez les toutes.
(Expliquez comment vous avez trouvé les longueurs des côtés de EQI et de ISO).

6 - LES JONQUILLES Toutes catégories

C'est la saison des jonquilles ! Camille et Nicolas se sont installés au bord de la route pour vendre leurs 70 bouquets de jonquilles fraîchement coupées.
Ils ont écrit les prix sur des ardoises :



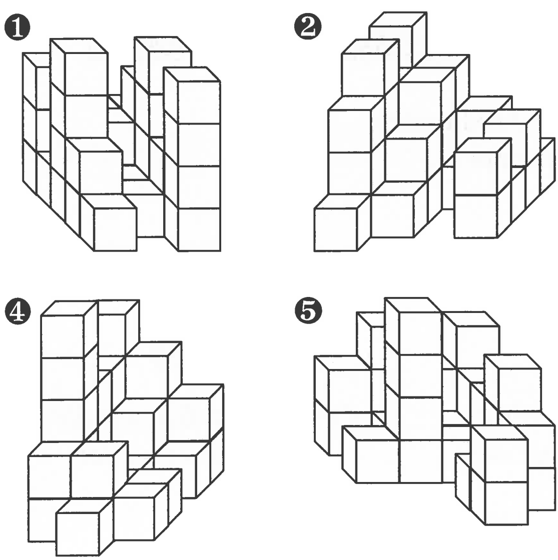
A la fin de l'après-midi, 17 clients ont profité de la promotion et ils ont vendu en plus 13 bouquets.
Combien leur reste-t-il de bouquets ?
Combien ont-ils gagné ?

7 - Des TAS de CUBES

Catégorie 5ème

Dans ces tas de cubes, deux cubes voisins ont toujours une face en commun. Il n'y a pas de cube caché derrière les tas.

Quels tas ont le même nombre de cubes ?



8 - Au CLUB de PONEYS

Catégorie 5ème

Trois amis, Jérôme, Kevin et Gaëtan vont le mercredi dans un club de poneys. Aujourd'hui ils montent Gazelle, Fanchon ou Elliott (chaque garçon ne monte que sur un seul poney).

Le responsable du club est bien ennuyé car les garçons ont des exigences particulières :

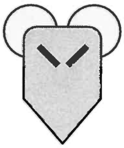
* Si Gaëtan monte Fanchon, Kevin monte Elliott.
* Si Kevin monte Gazelle, Gaëtan ne monte pas Elliott.
* Si Gaëtan monte Gazelle, Kevin ne monte pas Fanchon.
* Si Kevin monte Elliott, Jérôme monte Fanchon.
* Si Gaëtan monte Elliott, Jérôme monte Fanchon.

Aidez le responsable du club à confier chaque poney à chaque garçon.

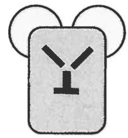
9 - Les SHADOGS 6ème SEGPA

29 février 2000
Grand rassemblement de shadogs !

C'est la fête dans la ville de Matelary.
Tous les shadogs du pays sont là.
Il y en a de deux sortes :



et



Ceux-ci ont deux oreilles, deux yeux, mais pas de nez

Ceux-ci ont deux oreilles, deux yeux et un nez.

On compte 890 oreilles en tout et seulement 193 nez.

Combien y a t-il de shadogs qui n'ont pas de nez ?
(Vous donnerez la réponse et écrirez les calculs que vous aurez faits.)

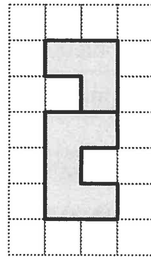
10 - Une CÉLÈBRE POUDRE 5ème SEGPA

Pour garder la forme, Raphaël fait une cure de la célèbre poudre *Magimate*.
Il en mange 15 grammes deux fois par jour.
Le 1er janvier 2000, premier jour de sa cure, il a ouvert un bocal contenant 750 grammes de cette poudre.

Quel jour sera son dernier jour de cure ?
(Vous donnerez la réponse et écrirez les calculs que vous aurez faits.)

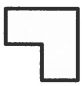
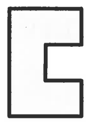
11 - Un PUZZLE

4ème SEGPA

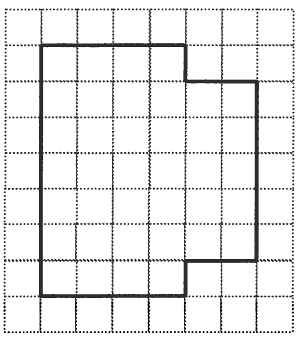


Sur une feuille à petits carreaux, Guillaume s'est amusé à écrire le chiffre 2 de cette façon :

Il partage son 2 en deux morceaux :

la pièce A  *la pièce B* 

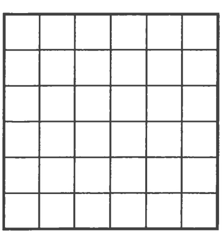
A vous maintenant de remplir le dessin ci-dessous avec 6 pièces A et 4 pièces B.



<u>*Attention !*</u> *il ne doit pas y avoir de trou, ni de superposition ! de plus les pièces A et B doivent rester entières.*

12 - Avec 4 COULEURS

3ème SEGPA



Choisissez quatre couleurs.

Sur chaque ligne, sur chaque colonne et sur chacune des deux diagonales, coloriez quatre cases, avec les quatre couleurs différentes.

Solutions

1

LE NOMBRE DE POINTS DES PROBLEMES DE LA FINALE

Voici les nombres de points de chacun des 9 problèmes :

Problème n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre de points	6	7	8	9	10	12	14	16	18

2

LE BOUT DE BOIS MAGIQUE

En 2001, l'arbre de Nictric aura 32 feuilles.

3

LES ESPIONS

Au maximum, 6 espions pourront sortir.
Voici les chemins empruntés :

F-H-sortie | F-G-D-E-H-sortie | F-A-B-H-sortie
F-G-H-sortie | F-C-A-B-H-sortie | F-G-E-H-sortie

4

UN MESSAGE SECRET

Voici l'addition :

$$\begin{array}{r} 4\ 7\ 6\ 6\ 5\ 3 \\ +\ \ 4\ 3\ 2\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 9\ 0\ 8\ 7\ 6\ 3 \end{array}$$

5

LES DEUX TRIANGLES

EQI est équilatéral ; chacun de ses côtés mesure 7 cm.
ISO est isocèle ; il y a deux cas :

1) un côté mesure 7 cm, les deux autres mesurent 6 cm chacun.
2) un côté mesure 5 cm, les deux autres mesurent 7 cm chacun.

6

LES JONQUILLES

Il leur reste 6 bouquets.
Ils ont gagné 1 110 francs.

7

DES TAS DE CUBES

Les tas n° 1, n° 4 et n° 6 ont le même nombre de cubes.
Ils ont chacun 32 cubes.

8

AU CLUB DE PONEYS

	Nom du poney
Jérôme	*Fanchon*
Kevin	*Elliott*
Gaëtan	*Gazelle*

9

LES SHADOGS

252 shadogs n'ont pas de nez.

10

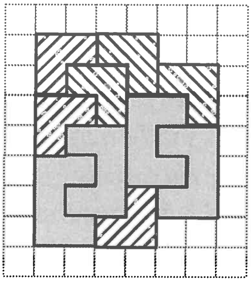
UNE CÉLÈBRE POUDRE

Son dernier jour de cure sera le 25 janvier 2000.

11

UN PUZZLE

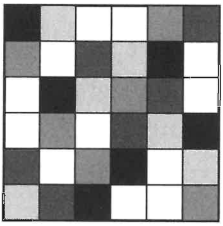
Exemple de réponse



12

AVEC QUATRE COULEURS

Exemple de réponse



LES NETD@YS MATHÉMATIQUES DE L'ACADÉMIE DE NICE

Dans le cadre des Netd@ys, action européenne annuelle qui vise à promouvoir les avantages éducatifs et culturels d'Internet et des nouveaux media, des jeux-concours ludiques et originaux portant sur les mathématiques dans l'histoire d'un pays sont proposés aux collégiens et lycéens sur le site de Mathématiques de l'Académie de Nice.

Ces jeux s'adressent aux élèves des collèges et lycées : chaque question précise le niveau à partir duquel il est possible de répondre.

Les sujets composés d'une série de questions portent tout autant sur des aspects historiques que sur des problèmes concrets résolus par des mathématiciens du pays.

Le jeu est accessible sur l'Internet : les élèves envoient leurs réponses et leurs coordonnées via un formulaire. Un gagnant est tiré au sort et reçoit un cadeau à son établissement.

Depuis Novembre 1999, les thèmes mis en ligne ont été : M@ths sur le Nil ou les mathématiques égyptiennes, M@ths sur l'Atlas ou les mathématiques orientales, M@ths en Chine.

Cette initiative est placée sous la responsabilité de l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques de l'Académie de Nice et est soutenue par la Mission Académique aux Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement (Rectorat de Nice).

Cette action vise à diversifier les ressources d'énigmes ludiques en associant les mathématiques et l'histoire, à susciter la curiosité d'un grand nombre d'élèves par des énigmes inédites et souvent illustrées, et à utiliser les ressources du Web pour répondre à certaines questions.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Novembre 1999 :
M@ths sur le Nil.
Novembre 2000 :
M@ths sur l'Atlas.
Novembre 2001 :
M@ths en Chine.

ÉPREUVES

Les épreuves se déroulent individuellement ou en petits groupes : les questions sont variées, portant sur des questions liées à l'histoire des mathématiques dans un pays. L'envoi des réponses mathématiques et des coordonnées des participants s'effectue par un formulaire en ligne sur l'Internet.

PARTENAIRES

Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques de l'Académie de Nice
Mission Académique aux Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement (Rectorat de Nice)
Sponsors : France-Télécom, les revues Hypercube et Tangente.

COMPÉTITION

Novembre : les questions sont mises en ligne dès Octobre ou Novembre sur le site académique de mathématiques ; la participation est ouverte pendant la semaine consacrée aux Netd@ys. Les sujets restent en ligne sur l'Internet mais la participation toujours possible n'est plus prise en compte pour le concours.

CONTACTS

Clarisse FIOL
Centre International de Valbonne
BP 97
06902 Sophia-Antipolis Cedex
E-mail : cfiol@ac-nice.fr

1 - MATHS SUR LE NIL Collège

Pour mesurer, les Egyptiens avaient comme unité de longueur : le stade.
1 stade = 157,5 mètres.
C'était aussi l'unité de mesure qu'utilisait Eratosthène, célèbre mathématicien grec (256 av. J-.C.).
Les pyramides de Khéphren et de Saqqarah sont distantes de 22 kilomètres.

Quelle est, en stades, la distance, arrondie au stade près par excès, entre les deux sites de pyramides ?

2 - FRACTION ÉGYPTIENNE Collège

Une fraction égyptienne est une fraction dont le numérateur est 1 (une seule exception $\frac{2}{3}$).
Les fractions égyptiennes ne sont pas considérées comme rapport de deux nombres mais comme une division en « attente ».
Par exemple, $\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$.
On a donc écrit la fraction $\frac{2}{7}$ sous la forme d'une somme de deux fractions égyptiennes distinctes.

De la même manière, pourriez-vous compléter la somme suivante avec deux fractions égyptiennes ?

$$\mathbf{\frac{3}{10} = \frac{1}{\ldots} + \frac{1}{\ldots}}$$

3 - MATHS SUR L'ATLAS
Collège

Alors que les Babyloniens comptaient en base 60, des manuscrits du mathématicien arabe Ibn al-Banna (1256-1321), originaire de Marrakech, montrent que la base 3 était utilisée pour résoudre un problème de pesée.
Nous écrivons aujourd'hui les nombres en base 10 : par exemple,
$125 = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$.
Or 125 se décompose aussi :
$125 = 1 \times 3^4 + 1 \times 3^3 + 1 \times 3^2 + 2 \times 3^1 + 2 \times 3^0$.
Ainsi, en base 3, 125 s'écrit 11122.

Pouvez-vous écrire 1453 en base 3 ?

4 - MATHS EN CHINE
Lycée

Un célèbre carré magique de Lo-Shu apparu sur le dos d'une tortue sortant de la rivière Lo, selon la légende, a donné une propriété extraordinaire découverte récemment :
Observe bien cette égalité pour répondre à la question suivante !
$618^n + 753^n + 264^n = 816^n + 357^n + 492^n$ qui est vraie si on remplace n par 1 ou n par 2.

Trouve trois nombres entiers naturels inférieurs à 1000 tels que $672^n + 159^n + 834^n = a^n + b^n + c^n$, égalité qui doit être vraie pour $n = 1$ et $n = 2$.

L'Académie de Nice propose aussi des « Cyber-Olympiades ».
Le site des Cyber-Olympiades mathématiques de l'Académie de Nice propose des sujets d'entraînement de type « olympiades » en algèbre, arithmétique, analyse et géométrie. Les sujets des Cyber-Olympiades sont accessibles sur le serveur mathématique de l'Académie de Nice et un formulaire recueille les réponses rédigées et les coordonnées des participants. Le gagnant est tiré au sort parmi les réponses correctes et reçoit une récompense à son établissement. Le concours est en ligne sur le serveur académique à l'adresse : http://www.ac-nice.fr/maths/ puis rubrique « les rallyes ».
Contacts : Abderrahim Ouardini <ouardini@hotmail.com> ;
Clarisse Fiol <cfiol@ac-nice.fr>

5 - PROBLEMES DU MOIS — Lycée

Parmi 12 pièces de monnaie d'aspect identique, on sait que l'une d'entre elles est contrefaite, et a donc un poids différent.
Expliquez comment on peut déceler la pièce contrefaite au moyen de 3 pesées avec une balance de type Roberval (2 plateaux).

6 - GÉOMÉTRIE — Lycée

Sur un cercle de rayon 1, on a placé un diamètre [BC] et M un point de ce cercle distinct de B et C.

Montrer que :

$$\left(1 + \frac{4}{MB^2}\right)\left(1 + \frac{4}{MC^2}\right) \geqslant 9.$$

Dans quels cas a-t-on l'égalité ?

Soutenu par l'Inspection Pédagogique Régionale de Mathématiques, l'Inspection Académique des Alpes-Maritimes et la Mission Académique aux Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement, le « Cyber-Défi M@thématique », compétition sans droit d'inscription, propose aux élèves des classes de CM2, 6ème, 3ème, 2nde et 1ère des épreuves individuelles, en binôme ou en classe entière selon les niveaux de classe : une dizaine d'énigmes au maximum est posée. Les élèves répondent aux énigmes directement sur Internet et renvoient leurs réponses en remplissant un formulaire. Les épreuves se déroulent en salle informatique. Les résultats sont en lignes sur le site http://www.ac-nice.fr/maths rubrique « les rallyes ». À travers cette compétition, l'objectif est de dynamiser les mathématiques sur l'Internet en proposant des énigmes originales et interactives tout en simplifiant les procédures techniques d'accès aux épreuves, de participation et d'envoi de réponses.

Contacts : Association Cyber-M@ths - Académie de Nice
Clarisse FIOL : clarisse.fiol@ac-nice.fr
Elsa BENJAMIN : elsa.benjamin@ac-nice.fr
Nicolas DELERUE : nicolas@delerue.org

7 - LA DIVISION PAR 37 — 2nde

La lettre a désigne un chiffre entre 1 et 9.
La lettre b désigne un chiffre entre 0 et 9.

Combien de nombres de la forme *aaabbb* sont divisibles par 37 ?

8 - LA DIFFÉRENCE DES CARRÉS — 1ère

Trouver deux nombres positifs a et b tels que

$$a^2 - b^2 = 1517.$$

L'Académie de Nice propose aussi le « concours mensuel de mathématiques » qui s'adresse aux élèves des classes de collège sous la forme de deux épreuves mensuelles : l'une commune aux élèves des classes de 6ème et 5ème, la deuxième commune aux élèves des classes de 4ème et 3ème. Sans droit d'inscription, cette compétition mathématique est entièrement réalisée sur l'Internet. Chaque mois, le concours offre de nouvelles questions. Pour y participer, il suffit de donner ses réponses mathématiques (numériques ou littérales selon les questions) et ses coordonnées par le formulaire en ligne. Le gagnant est tiré au sort parmi les réponses correctes et reçoit une récompense à son établissement.
Contacts : Clarisse Fiol <cfiol@ac-nice.fr>
http://www.ac-nice.fr/maths/

9 - AH LES FRACTIONS... 2nde

Avec les nombres entiers 0, 1, 2, 3 et 4, Alice peut former 7 fractions irréductibles comprises entre 0 et 1.

$0\,;\ \frac{1}{4}\,;\ \frac{1}{3}\,;\ \frac{1}{2}\,;\ \frac{2}{3}\,;\frac{3}{4}\,;\ 1.$

En utilisant cette fois les nombres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7, combien de fractions irréductibles pourra-t-elle former ?

10 - LES NOMBRES PREMIERS... 2nde

Voici le début de la liste des nombres premiers :
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17…
Les mathématiciens ont toujours cherché une formule donnant la liste des nombres premiers… Certains d'entre eux ont proposé la formule suivante : $n^2 + n + 41$. Par exemple, si $n = 0$, on trouve 41 qui est premier. Si $n = 1$, on trouve 43 qui est premier.
Quelle est la plus petite valeur de n pour laquelle la formule ne donne pas un nombre premier ?

Réponses

1

MATHS SUR LE NIL

140 stades.

2

FRACTION ÉGYPTIENNE

Une infinité de solutions ; parmi elles, $\frac{3}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5}$; $\frac{3}{10} = \frac{1}{4} + \frac{1}{20}$; …

3

MATHS SUR L'ATLAS

En base 3, 1453 s'écrit : 1222211.

4

MATHS EN CHINE

$a = 276$; $b = 951$; $c = 438$ (à la permutation circulaire près).

5

PROBLEMES DU MOIS

Réponse sur internet : http://www.ac-nice.fr/maths/olymp01/

6

GÉOMÉTRIE

Réponse sur internet : http://www.ac-nice.fr/maths/olymp01/

7

LA DIVISION PAR 37

Réponse sur internet :
www.ac-nice.fr/maths/rallye/

8

LA DIFFÉRENCE DES CARRÉS

Réponse sur internet :
www.ac-nice.fr/maths/rallye/

9

AH LES FRACTIONS...

Alice pourra former les fractions : 0, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 2/7, 1/3, 2/5, 3/7, 1/2, 4/7, 3/5, 2/3, 5/7, 3/4, 4/5, 5/6, 6/7, 1.
Donc au total 19 fractions.

10

LES NOMBRES PREMIERS...

La plus petite valeur de n pour laquelle la formule ne donne pas un nombre premier est 40.

RALLYE MATHÉMATIQUE DES COLLÈGES NORD PAS DE CALAIS

La règle du jeu mathématique :

Une équipe de 4 élèves, tous d'un niveau différent de classe de collège, se déplace de salle en salle pour résoudre des énigmes mathématiques posées sous forme amusante. Le temps est limité pour la résolution de chacun des 10 problèmes rencontrés pendant cette aventure pédagogique et… ludique.

La compétition :

Elle se déroule en 2 phases ; les qualifications qui se déroulent au sein des établissements scolaires et qui permettent de présenter une équipe lors de la finale qui se déroule traditionnellement au mois de Juin dans le cadre prestigieux du campus de l'Université de Lille I.

Les lots :

Chaque participant à la finale, quel que soit son classement, repart avec un lot en corrélation avec les Sciences (entrées dans des structures de culture scientifique, ouvrages scientifiques, CD-ROM éducatif…). Ces lots sont attribués par l'association des Amis de l'IREM de Lille, grâce aux différents subventions versées par les structures institutionnelles. L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a pour sa part offert le premier prix de cette compétition. Les deux Conseils Généraux de l'académie subventionnent l'action.

Les épreuves :

Elles se présentent sous forme d'un énoncé et de matériel à manipuler pour accéder à la solution. L'objectif n'est pas de gérer l'excellence par des énoncés ardus et sélectifs, mais plutôt de privilégier tout type de démarche même empirique. Cette démarche est volontaire, afin de ne pas léser des publics ayant des problèmes de restitution à l'écrit ; elle s'inscrit dans une logique de valorisation des processus de pensées mathématiques et scientifiques (expérimentation, formalisation, conjectures…).

Les retombées :

L'exploitation des énignes proposées chaque année est réelle.

Elles peuvent être ainsi réexploitées en classe (parcours diversifiés, travaux croisés, dispositif de soutien ou de consolidation) ou dans le cadre de structures périscolaires (clubs et ateliers).

Concrètement, ces épreuves ont déjà fait l'objet d'une compilation sous la forme d'une valise « Maths en Jeux » co-produite par le Forum des Sciences et l'IREM.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Création de la forme actuelle du Rallye Mathématique en **1993** :
9 établissements étaient alors représentés.

En **2001** :
70 établissements présents soit environ 4000 élèves concernés.

ÉPREUVES

Collectives par équipe de 4

Catégories : C2, C1

Problèmes : 10 épreuves à résoudre en 10 minutes chacune.

Solutions à proposer par l'équipe par un objectif atteint en totalité ou partiellement.

COMPÉTITION

- Phases qualificatives dans les établissements volontaires de Janvier à Mai (Envoi d'une « valise »).
- Finale, premier ou deuxième samedi du mois de Juin.

PARRAINS

- Conseils Généraux du Nord et du Pas de Calais.
- Commission Académique d'Action Culturelle du rectorat de Lille.
- Forum des Sciences (Centre Régional de Promotion de la Culture Scientifique).
- Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.

CONTACTS

IREM de Lille
Université des Sciences et Technologies de Lille
Bâtiment M1
59655 Villeneuve d'Ascq
Tel : 03 20 43 41 81 Fax : 03 20 33 71 61 E.mail : irem@univ-lille1.fr

1 - DATE FATIDIQUE

Collège

MATERIEL :
- 2 séries de 10 étiquettes chiffres,
- 2 tableaux calendrier.

TEXTE :
Un couturier prophète avait prévu la fin de Paris et du département du Gers pour le **11.08.1999** (11 Août 1999).
Comme il ne s'est rien passé, il a refait ses calculs et a tenu à faire la déclaration suivante :
« *La fin du monde est fixée au prochain jour dont la date s'écrit avec 8 chiffres tous différents.* »
Pouvez vous trouver cette date ?

CONTEXTE :

Type :
Numérique et logique

Scénario de passation :
Les 4 élèves lisent l'énoncé, puis peuvent utiliser les 2 jeux d'étiquettes chiffres et les 2 calendriers mis à leur disposition pour former la date demandée.

Evaluation :
Dès que la bonne date est énoncée par un des membres de l'équipe, on arrête le chronomètre. Par défaut, on gardera la date la plus proche de la solution, à condition qu'elle soit formée de 8 chiffres tous différents.

Source :
Rallye mathématique de Bourgogne.

2 - LES 6 BOITES ET LES 6 BILLES Collège

MATERIEL :
- 6 boîtes avec gommettes noire, rose, rouge, jaune, verte et bleue.
- 6 billes noire, rose, rouge, jaune, verte et bleue.
- Document donnant 5 affirmations.

TEXTE :
Avant votre arrivée, chacune des 6 billes était placée dans chacune des 6 boîtes. Un maladroit les a enlevées par inadvertance de leur contenant.
Heureusement, 5 personnes se rappellent à peu près où elles se trouvaient : dans chacune de leurs affirmations (document joint), il y a un bon indice et un indice faux.

Pouvez vous replacer les billes dans leurs boîtes d'origine, en utilisant les affirmations données ?

Les affirmations des 5 témoins.

- *« La bille jaune est dans la boîte jaune et la bille rouge est dans la boîte bleue. »*
- *« La bille verte est dans la boîte rouge et la bille bleue est dans la boîte verte. »*
- *« La bille verte est dans la boîte rouge et la bille jaune est dans la boîte jaune. »*
- *« La bille bleue est dans la boîte noire et la bille noire est dans la boîte jaune. »*
- *« La bille bleue est dans la boîte bleue et la bille rose est dans la boîte noire. »*

3 - BARRETTES CROISÉES Collège

MATERIEL :

• 10 barrettes translucides de 5 carrés de couleur (bleu, jaune, vert, rouge, noir),

• 1 grille permettant de fixer les barrettes.

TEXTE :

Placer les barrettes sur la grille de telle sorte que les couleurs identiques se superposent.

CONTEXTE :

<u>Type</u> : Logique

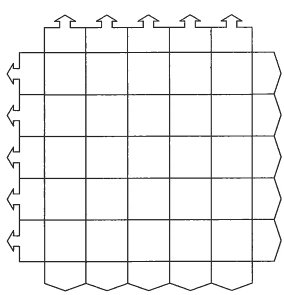
<u>Scénario de passation</u> : Les 4 élèves lisent l'énoncé, puis placent les barrettes sur la grille prévue à cet effet.

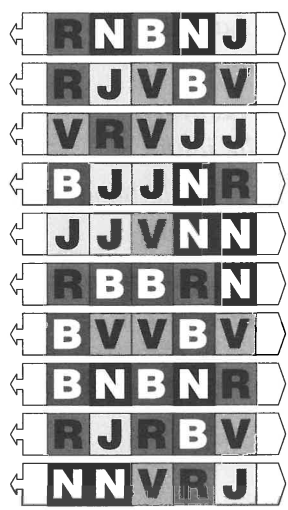
La présence d'orifices sur chacune des barrettes oblige à les placer d'une façon précise sur la grille ; la présence de tenons sur cette dernière permet de stabiliser l'ensemble.

Enfin, la transparence des barrettes permet de vérifier instantanément la validité du placement.

<u>Evaluation</u> : Dès que la bonne disposition est proposée par l'équipe, on arrête le chronomètre. Par défaut, on comptera le nombre de barrettes bien placées.

<u>Source</u> : Création originale.





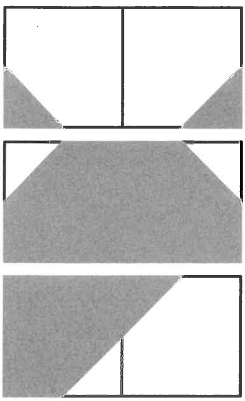
4 - LES CUBES TREMPÉS

Collège

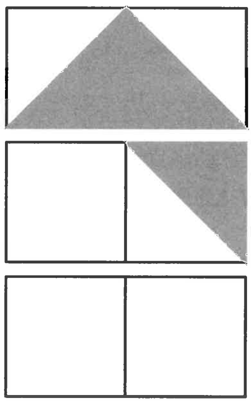
MATERIEL :
- 5 séries de 3 dièdres (couple de 2 faces perpendiculaires d'un cube).

TEXTE :
On a trempé partiellement 5 cubes dans de la peinture, en les tenant chacun de façon différente.
Reconstituez les 5 cubes à l'aide des pièces fournies (les parties peintes sont d'un seul tenant).

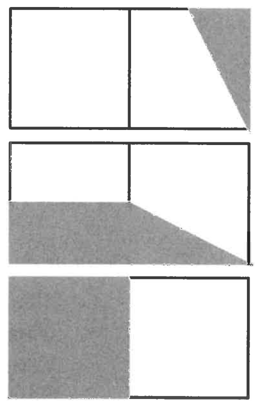
Cube 1



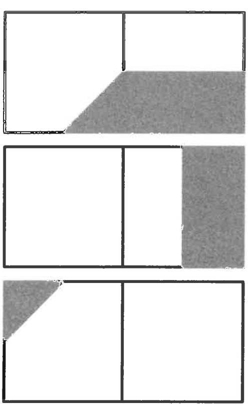
Cube 2



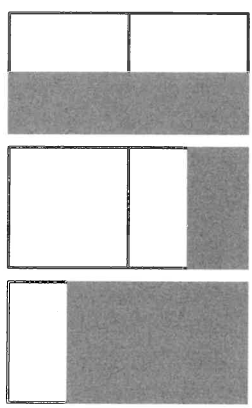
Cube 3



Cube 4



Cube 5



Solutions

1

DATE FATIDIQUE

Soyons pessimistes : considérons que l'année à considérer commence par 20_ _.

Dans ce cas, le mois commence par 1_ et ne peut comporter que 0, 1 ou 2 en unité, chiffres qui sont déjà pris !

Plaçons donc le 1 dans l'année 21_ _ , mais dans ce cas le 3 et le 0 n'arriveront pas à former un jour et un mois cohérents (surtout avec les chiffres restants) !

Le 3 de l'année 23_ _ nous offre plus d'opportunités ! Il libère le 0_ pour le mois et le 1_ pour le jour. On peut alors placer le 4 et 5 pour préciser l'année 2345. Le mois le plus proche est alors le mois de Juin (06) et le jour est le 17.

La date demandée est le 17.06.2345

2

LES 6 BOÎTES ET LES 6 BILLES

Couleur de la boîte	Couleur de la bille
Bleue	Rouge
Rouge	Verte
Verte	Jaune
Noire	Rose
Jaune	Noire
Rose	Bleue

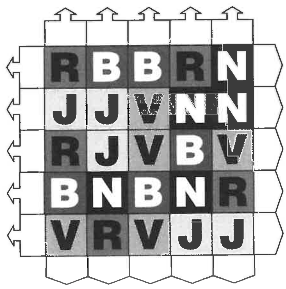
3

BARRETTES CROISÉES

La résolution de ce problème nécessite un dénombrement précis des couleurs présentes.
On met d'abord de côté les barrettes qui ne peuvent pas être sur une première « verticale » : on en élimine ainsi 8. Ce sont les barrettes possédant :

- 2 cases vertes
- 3 cases vertes
- 2 cases jaunes
- 2 cases noires.

Il ne reste plus alors qu'à choisir entre les 2 barrettes restantes ; une mène rapidement à une impossibilité.
La solution (à une rotation près) est alors :



4

LES CUBES TREMPÉS

Cube 1
On a tenu le cube par un coin et trempé la moitié du cube.

Cube 2
On a tenu le cube par un coin et trempé trois demi-faces.

Cube 3
On a tenu le cube par deux coins (qui définissent une arête) et trempé par l'arête opposée, les 2 faces définissant l'arête étant trempées l'une entièrement et l'autre à moitié.

Cube 4
On a tenu le cube par deux coins (qui définissent une arête) et trempé par l'arête opposée, les 2 faces définissant l'arête étant trempées à moitié.

Cube 5
Le cube a été tenu une face en haut horizontale et trempé a moitié.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE POITOU - CHARENTE

Le rallye est une compétition de classes complètes. Les élèves s'organisent en groupes de travail et choisissent des questions (10 en troisième et 12 en seconde). La classe doit fournir un dossier avec une feuille par question. On demande des explications et on apprécie l'esprit des copies : propreté, dessin, humour. Les exercices sont variés pour que chacun puisse participer avec son niveau de compétence. Les résultats et les corrigés sont envoyés après les épreuves ainsi qu'un commentaire.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : Création du rallye de Charente-Maritime et des Deux-Sèvres.

1992 : 2ème rallye étendu aux quatre départements de l'académie.

1993 : rallye annulé en raison de l'organisation des Journées Nationales de l'APMEP à Poitiers.

1994 à 2001 : fonctionnement ininterrompu.

ÉPREUVES

Collectives.

2 catégories :
Classe de 3ème :
10 exercices
Classe de 2nde :
2 exercices de plus.

COMPÉTITION

- Épreuves d'entraînement avec participation du professeur.
- Épreuves finales où tous les documents sont permis.

PARRAINS

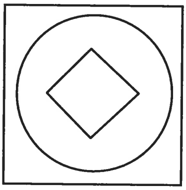
- APMEP régionale de Poitiers.
- IREM de Poitiers.
- Appuis pédagogiques des IPR.

CONTACTS

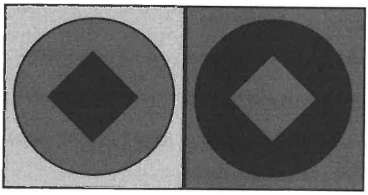
APMEP
IREM de POITIERS
Faculté des Sciences
40, avenue du Recteur Pineau
86022 POITIERS

Yvonne NOËL
19, avenue de La Burgonce
79000 NIORT

1 - PATCHWORK 3ème-2nde



Des napperons rectangulaires sont réalisés en juxtaposant des morceaux de tissus carrés sur lesquels figure le motif ci-contre.
Combien de carrés de tissus différents peut-on obtenir en coloriant les motifs à l'aide de trois couleurs, de telle sorte que deux zones voisines soient de couleurs différentes (voir la figure ci-dessous) ?



Avec tous ces carrés, réalisez un napperon rectangulaire de votre choix, la disposition des carrés dans le rectangle devant respecter elle-même la règle de coloriage (voir figure ci-contre).

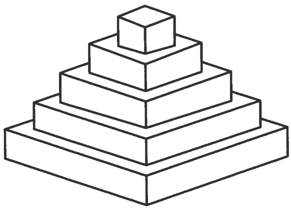
2 - SUR LA PLANETE HEPTILON 3ème-2nde

Au lieu d'utiliser le système décimal (base dix), les habitants de la planète Heptilon comptent en base sept. Pour cela, ils utilisent les chiffres **0**, **1**, **2**, **3**, **4**, **5** et **6** importés de la planète Terre.
Ainsi, le nombre heptilonien **2352** (prononcer « deux, trois, cinq, deux ») correspond au nombre terrien 870 (huit cent soixante-dix, en français !). En effet, **2352** signifie en système décimal :

$$\mathbf{2} \times 7^3 + \mathbf{3} \times 7^2 + \mathbf{5} \times 7 + \mathbf{2} = 2 \times 343 + 3 \times 49 + 5 \times 7 + 2$$
$$= 686 + 147 + 35 + 2 = 870.$$

À quelles années terriennes correspondent les trois années heptiloniennes **1111**, **2222** et **3333** ?
À quelle année heptilonienne correspond notre année 2000 ?

3 - PYRAMIDE 2000 3ème-2nde



À l'occasion de l'année mondiale des mathématiques, James a l'idée de réaliser une structure pyramidale en disposant les unes sur les autres, comme le montre le dessin ci-contre, des plaques carrées de 1 cm de haut, et dont les côtés mesurent successivement : 1 cm, 2 cm, 3 cm, et ainsi de suite, jusqu'à atteindre 2000 cm^3.
En étudiant l'empilement de ces plaques, il se rend compte que, de cette façon, il ne peut pas obtenir exactement 2000 cm^3, sauf s'il retire deux des plaques qu'il avait posées.
Quelles sont ces deux plaques et quelle est la hauteur de sa structure ?

4 - ANNÉE 2000 3ème-2nde

On peut écrire 2000 en utilisant une et une seule fois les nombres 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 5. Étonnant, non ?
Trouverez-vous ?
Vous pouvez utiliser toute opération connue.

5 - UN NOMBRE REMARQUABLE 3ème-2nde

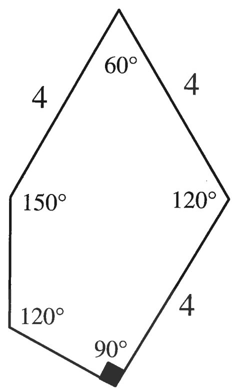
Léa Broutille s'écrie : « J'ai un nombre remarquable. Otez lui 1000 et vous obtiendrez le nombre entier précédent sa moitié ».
Ce nombre est-il vraiment remarquable ? Est-il même unique ?

6 - LA FAMILLE SEPTIME $3^{ème}$-2^{nde}

Monsieur et Madame Septime ont eu sept enfants nés tous les sept le 1^{er} avril, en fait six 1^{er} avril consécutifs.
Cette année, pour leur anniversaire, Madame Septime leur offre à chacun un petit gâteau comportant autant de bougies qu'ils ont d'années. Jean Septime, le plus doué en math constate qu'il y a deux fois plus de bougies qu'il y a deux ans et deux gâteaux en plus.
Combien de bougies Madame Septime doit-elle allumer cette année ?

7 - PAVAGE $3^{ème}$-2^{nde}

Un pavé a la forme ci-contre. Les dimensions sont données sur le dessin.



* Calculez la valeur exacte de son aire.

* Combien faut-il au minimum de tels pavés pour recouvrir un rectangle de 16 sur $\dfrac{28\sqrt{3}}{3}$.

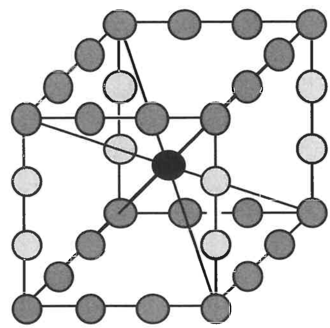
Comme dans tout carrelage d'une pièce, on est amené à découper un nombre minimum de pavés sur le pourtour, et on réutilise les chutes.

* Faire un dessin représentant la disposition des pavés.

8 - FAYÇAL ESSIV EN FAMILLE $3^{ème}$-2^{nde}

Fayçal Essiv partage une somme d'argent entre ses trois enfants Ali, Baba, Orom. À Ali, il donne les 3/7 de la somme, à Baba il donne un certain nombre de cinquièmes de la somme et à Orom le reste, soit 60 F. Quelle est la somme donnée par Fayçal Essiv ? *(Les trois parts sont des nombres entiers.)*

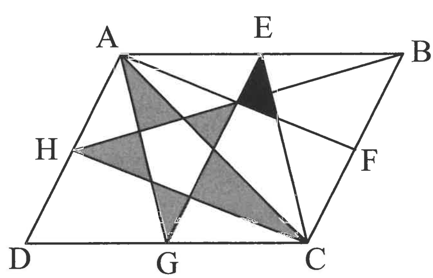
9 - 2001, L'ODYSSÉE DE L'ESPACE 3ème-2nde



En cette année 2001 où une station orbitale est en cours de réalisation, et en souvenir du célèbre film "2001, l'Oyssée de l'espace", Géo se lance dans la construction d'une structure cubique, semblable à celle qui est dessinée ci-contre : le même nombre de sphères sur chaque arête et une sphère centrale à l'intersection des grandes diagonales. Il a choisi cette structure car il a remarqué qu'il pouvait utiliser exactement 2001 sphères.

Combien y a-t-il de sphères sur chaque arête ?

10 - LA PLANETE DES JEUX 3ème-2nde



ABCD est un parallélogramme. E, F, G et H sont les milieux des côtés du parallélogramme.

Des extraterrestres ayant espionné notre ville de Parthenay pendant son festival des jeux ont été conquis par son côté ludique. Toute leur planète a, depuis, été restructurée en districts spécialisés dans telle ou telle activité de jeu ; leur drapeau a été réorganisé : sur celui-ci, chaque district est représenté et a une aire proportionnelle au nombre de ses habitants joueurs.

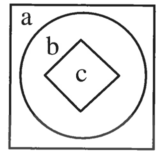
La région noire représente les amateurs de jeux mathématiques.

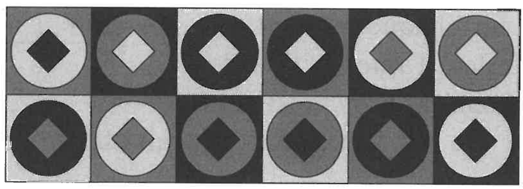
Combien sont-ils sachant que la planète compte 12 000 habitants ?

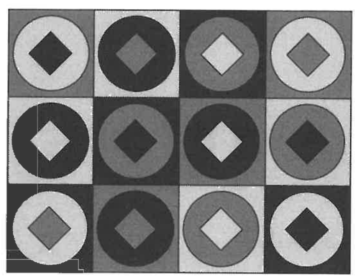
1

PATCHWORK

Il y a 3 couleurs possibles pour la zone a ; Il n'y en a plus que 2 pour la zone b et encore 2 pour la zone c. Il y a donc $3 \times 2 \times 2 = 12$ carrés de tissu différents. On peut donc les disposer suivant un rectangle de 3×4 ou 2×6. Pour que deux zones adjacentes ne soient pas de la même couleur, 3 étant premier avec 2 et 4, il suffit de disposer les carrés en permuttant régulièrement les trois couleurs de fond sur les bandes de longueur 4 ou 2, comme le montrent les deux exemples suivants.







2

SUR LA PLANETE HEPTILON

Le nombre ***1111*** correspond dans notre système décimal à :
$\mathbf{1} \times 7^3 + \mathbf{1} \times 7^2 + \mathbf{1} \times 7 + \mathbf{1} = \mathbf{1} \times 343 + \mathbf{1} \times 49 + \mathbf{1} \times 7 + \mathbf{1} = 343 + 49 + 7 + 1 = 400$.
Le nombre ***2222*** $= 2 \times$ ***1111*** ; il correspond donc à $2 \times 400 = 800$.
Le nombre ***3333*** $= 3 \times$ ***1111*** ; il correspond donc à $3 \times 400 = 1200$.
Les années heptiloniennes ***1111***, ***2222*** et ***3333*** correspondent donc aux années terriennes 400, 800 et 1200.
$2000 = 5 \times 400$. Donc le nombre 2000 correspond à $5 \times$ ***1111*** = ***5555*** en heptilonien. L'année terrienne 2000 est donc l'année heptilonienne ***5555***.
Remarque : on peut obtenir le résultat par divisions successives par 7 :
$2000 = 7 \times 285 + 5$; $285 = 7 \times 40 + 5$ et $40 = 7 \times 5 + 5$, d'où la réponse.

Solutions

3

PYRAMIDE 2000

$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 17^2 + 18^2 = 2109$.
Pour obtenir 2000, il faut donc ôter 109 cm^3, et la seule façon est d'enlever la plaque de côté 10 et celle de côté 3.
La hauteur de la pyramide est alors de $18 - 2 = 16$ cm.

4

ANNÉE 2000

On remarque que
$2000 = 2 \times 1000 = 2 \times 10 \times 10 \times 10 = 2 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5$.
Donc $2000 = 1 \times 2^4 \times 5^3$ ou $1 \times 4^2 \times 5^3$.

5

UN NOMBRE REMARQUABLE ?

Le nombre n est soit pair soit impair ; on ne peut le savoir à priori !
Si le nombre n est pair alors il est de la forme $n = 2m$. Sa moitié est m et le nombre entier précédant m est $m - 1$.
On a alors, d'après l'énoncé, $2m - 1000 = m - 1$.
D'où $m = 999$ et, dans ce cas, $n = 1998$.
Si le nombre n est impair, il est alors de la forme $2m + 1$. Sa moitié est $m + 1/2$ et le nombre entier précédent est m.
Ainsi d'après l'énoncé, $2m + 1 - 1000 = m$.
D'où $m = 999$ et, dans ce cas, $n = 1999$.
Lequel des deux nombres est le plus remarquable ?
1998 ou 1999 ?

6

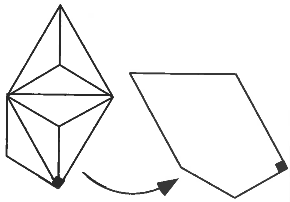
LA FAMILLE SEPTIME

Puisque les parents ont eu sept enfants en six ans, c'est qu'il y a eu des jumeaux. Puisqu'il y a deux gâteaux de plus qu'il y a deux ans, c'est qu'il y a deux ans le plus jeune enfant n'était pas né, l'avant dernier venait juste de naître, et les jumeaux étaient déjà nés. Actuellement, le plus jeune a donc 1 an, et les jumeaux ont x ans, avec $x \geqslant 3$.
On a donc : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + x = 2(1 + 2 + 3 + 4 + x - 2)$.
D'où $x + 21 = 16 + 2x$, et donc $x = 5$.
Il faudra donc allumer $1 + 2 + 3 + 4 + 2 \times 5 + 6 = 26$ bougies.

Solutions

7

PAVAGE

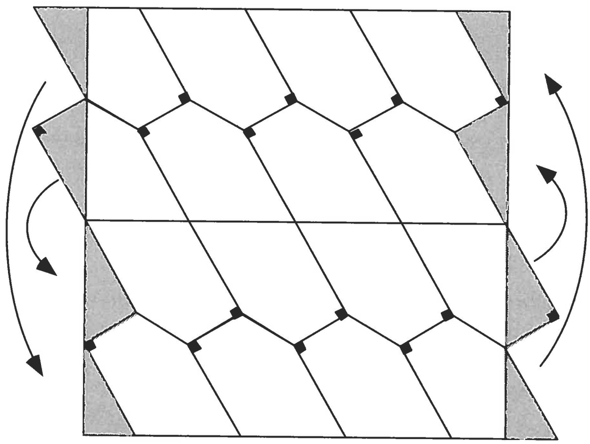


Ce motif a une aire égale aux 7/3 de l'aire du triangle équilatéral de côté 4 cm.

On a donc : $\frac{7}{3} \times 4 \times 4 \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = 28 \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Pour recouvrir un rectangle de $16 \times 28 \frac{\sqrt{3}}{3}$, il faut donc 16 pavés.

Voici, ci-dessous, un pavage du rectangle avec les découpages nécessaires de carreaux.



8

FAYÇAL ESSIV EN FAMILLE

Soit S la somme d'argent de Fayçal.

On a : $\frac{3S}{7} + \frac{nS}{5} + 60 = S$, c'est-à-dire : $15\,S + 7n\,S + 2100 = 35\,S$.

$20\,S - 7n\,S = 2100$; $(20 - 7n)\,S = 2100$; $S = \frac{2100}{20 - 7n}$.

$20 - 7n$ est strictement positif. Donc $n = 1$ ou $n = 2$.

Si $n = 1$, $20 - 7n = 20 - 7 = 13$, et 13 ne divise pas 35×60.

Si $n = 2$, $20 - 7n = 20 - 14 = 6$, et 6 divise 35×60.

Alors, $S = \frac{2100}{6} = 350$.

Fayçal donne 350 F à ses trois enfants.

Solutions

9

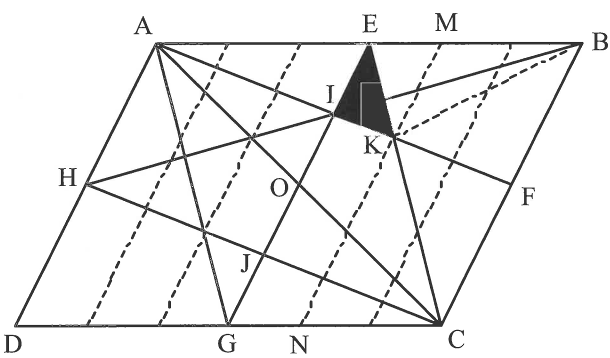
2001, L'ODYSSÉE DE L'ESPACE

En ôtant les huit sphères “sommets” et la sphère centrale, il reste $2001 - 9 = 1992$ sphères à répartir sur les douze arêtes, soit $1992/12 = 166$ sphères par arête. En ajoutant les deux sphères qui sont aux extremités des arêtes, il y a donc 168 sphères par arête.

Autre solution : En ôtant la sphère centrale, il reste 2000 sphères à répartir sur les arêtes. Si n est le nombre de sphères par arête, on a : $12n - 16 = 2000$. Il faut en effet ôter 16 sphères, car dans $12n$, les sphères des sommets appartiennent à trois arêtes et sont donc comptées trois fois. On obtient alors directement $n = 168$.

10

LA PLANETE DES JEUX



Soit a(ABCD) l'aire de ABCD.

Dans le triangle ABH, $\text{EI} = \frac{1}{2}\,\text{AH} = \frac{1}{2}\,\text{FC}$.

De même, $\text{KI} = \frac{1}{2}\,\text{KF}$ et $\text{KE} = \frac{1}{2}\,\text{KC}$.

$$\text{Donc } a(\text{EIK}) = \frac{1}{4}\,a(\text{KFC}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\,a(\text{KFB})$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{1}{2}\,a(\text{CBMN}) = \frac{1}{16} \times \frac{1}{3}\,a(\text{ABCD})$$

$$\text{Donc } a(\text{EIK}) = \frac{1}{48}\,a(\text{ABCD})$$

Si a(ABCD) représente 12 000 habitants, a(EIK) en représente $\frac{12\,000}{48} = 250$.

Il y a donc 250 amateurs de jeux mathématiques.

JEUX MATHÉMATIQUES DE SAINT MICHEL EN L'HERM

Le Tournoi de Saint-Michel en l'HERM a lieu tous les ans fin mai ou début juin.
Il comporte deux épreuves indépendantes :
les « doublettes » le vendredi soir
et l'épreuve individuelle le samedi matin.

Les doublettes comportent deux catégories :
honneur et excellence.
Les équipes peuvent être hétérogènes.
Un barème précis permet d'attribuer à chaque équipe un coefficient tenant compte du niveau de chacun.

L'épreuve individuelle est ouverte à tous, des élèves du cours moyen (voire CE) aux adultes en passant par les collégiens et les lycéens.

ou

JEUX MATH'*HERM*ATIQUES

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

Le premier tournoi a lieu en 1989 avec 97 collégiens. Le Tournoi s'est ouvert en 1990 aux CM_2 et aux adultes (classés en trois catégories). L'épreuve en doublettes a été créée en 1992. En 1994, les textes sont proposés en français, en anglais, en allemand et en espagnol (17 candidats étrangers). En 1997, le nombre de participants atteint 218 et l'organisateur doit refuser l'inscription d'une quinzaine de doublettes, faute de place.

COMPÉTITION

Les dates de l'édition 2002 :
• Épreuve en doublettes le vendredi 7 juin (20h30), durée de l'épreuve : deux heures.
• Épreuve individuelle le samedi 8 juin à 9 heures, durée de l'épreuve : 1h30 à 2h suivant les catégories.

ÉPREUVES

Deux Épreuves.
Individuelle : 10 catégories CE, CM, 6^e, 5^e, 4^e, 3^e, lycéens (+ meilleur élève de seconde), adultes sans bac, adultes avec bac, as.
Doublettes : 2 catégories Honneur (collégiens ou adultes sans bac) et Excellence (lycéens ou adultes avec bac).

PARTENAIRES

• Le Conseil Général de la Vendée
• La Commune de Saint Michel en l'Herm
• Le Crédit Agricole (pour l'impression des textes de la catégorie "individuels")
• Le Collège des Colliberts
• Le Camping des Mizottes qui accueille les participants venus de loin (aux frais des organisateurs)
• et de très nombreux donateurs de lots, de revues et de coupes.

CONTACTS

Gérard Crézé - Jeux math'HERMatiques
8, rue Fleming - 85580 Saint-Michel en l'Herm - France
tél. 02 51 97 65 69 Mail : gerardcreze@wanadoo.fr
Renseignements : au Collège Les Colliberts
tél : 02 51 30 22 46 - fax : 02 51 30 28 30
site: http://perso.wanadoo.fr/gerard.creze/

1 - CODES POSTAUX

Doublettes

Les codes postaux suivants sont tous des nombres de cinq chiffres et sont tous terminés par un zéro ou deux zéros. Ceux qui concernent la Vendée commencent par 85 et sont donc de la forme 85###.

a) La commune de TREIZE-SEPTIERS, en Vendée, a un numéro de Code Postal terminé par deux zéros. Le produit des trois premiers chiffres est 240. Quel est ce code postal ?

b) St-André-TREIZE-Voix (Vendée) est une commune de Vendée. Son code postal est un nombre dont la somme des chiffres est 21. Aucun chiffre n'est en double. Le chiffre central est un 2.

c) La commune de Treize-vents, en Vendée a un code postal dont la somme des chiffres est 27. Il contient deux chiffres identiques qui se touchent. Il n'y a qu'un seul 9.

d) La semaine dernière, le vendredi 8 juin à 15h26, la terre a tremblé en Vendée et dans les départements voisins. L'épicentre a été déterminé vers la commune de St-Philbert-Du-Pont-Charrault (Vendée). Cette commune a un code postal dont la somme des chiffres est 15. Il y a un chiffre qui apparaît deux fois, ce n'est pas zéro.

e) La chapelle des TREIZE-Chênes est construite sur la commune de Trémorel, dans le département des Côtes d'Armor. Le produit des quatre premiers chiffres est 24. Les trois premiers chiffres sont identiques.

2 - QUEL JOUR ?

Doublettes

Nous sommes vendredi. Quel jour serons-nous dans 13 semaines et 13 jours ?

3 - DANS LA TABLE DE 2001 Doublettes

Quel est le plus petit multiple de 2001 formé de chiffres tous différents ?

4 - OPÉRATIONS CROISÉES Doublettes

Ces cinq opérations croisées utilisent les chiffres de 1 à 9, une fois chacun.

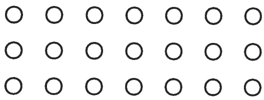
.....	+	.....	=	.....
+		−		
.....	+	.....	=	.....
=		=		
.....	:	.....	=	.....

5 - SOMME = PRODUIT Doublettes

Les nombres de 5 chiffres suivants 11125, 11133, 11222 ont la propriété suivante :
la somme de leurs chiffres est égale au produit de leurs chiffres, de plus les chiffres sont en ordre croissant.
Par exemple $1+1+1+2+5 = 1\times1\times1\times2\times5 = 10$.

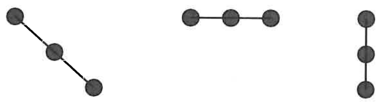
Il existe trois nombres de 13 chiffres ayant la même propriété (somme des chiffres égale au produit des chiffres), avec des chiffres en ordre croissant.
Lesquels ?

6 - PAS TROIS À LA SUITE **Doublettes**



Noircissez un maximum de cercles de façon à ne jamais avoir 3 cases noires consécutives horizontalement, verticalement ou suivant les deux directions en diagonales.

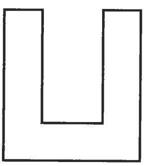
Exemple de dispositions interdites :



7 - ORDRE ALPHATREIZIQUE **Doublettes**

J'ai écrit les nombres de 1 à 2001 en ordre alphabétique.
Quel est le 13$^{\text{ème}}$ nombre de cette liste ?

8 - PARTAGE DU U **Doublettes**



Partagez ce U en 6 parts (inégales) à l'aide de 2 lignes droites seulement.

9 - C'EST TREIZE EN SOMME ! **Doublettes**

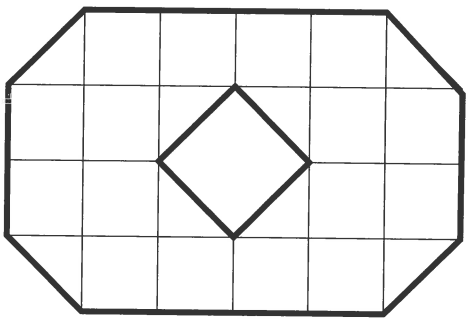
$$
\begin{array}{cccccccc}
 & & Q & U & A & T & R & E \\
+ & & Q & U & A & T & R & E \\
+ & & & & C & I & N & Q \\
\hline
 & & T & R & E & I & Z & E
\end{array}
$$

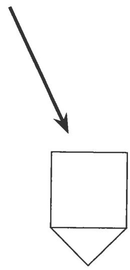
Ce cryptaritme a plusieurs solutions…

10 - CARRELAGE

Individuelle

Cette figure est formée à l'aide de pièces de cette forme, que l'on peut tourner.
Fais apparaître ces petites pièces à l'aide de couleurs différentes.





11 - LE MESSAGE

Individuelle

																					0
																					10
																					7
																					9
																					7
																					14
																					0
0	5	1	5	0	5	3	2	0	5	1	1	0	5	1	1	0	5	2	5	0	

Cette grille contient des cases noires, l'une d'entre elles a été placée. Les nombres à droite et en bas indiquent le nombre total de cases noires contenues dans la ligne ou la colonne.
Placez les cases noires correctement pour lire le message.

12 - FERMAT **Individuelle**

Le mathématicien Pierre de Fermat est né il y a 400 ans.
Son année de décès est un nombre impair divisible par 37.
En quelle année est-il mort ?

13 - TYCHO BRAHÉ **Individuelle**

L'astronome Tycho Brahé est mort en 1601.
Son année de naissance est un nombre de 4 chiffres non divisible par 4 et dont le produit des chiffres est 120.
Quelle est son année de naissance sachant que la somme des chiffres de cette année est paire ?

14 - RACINES DE 13 **Individuelle**

$$A = \sqrt{13 + \sqrt{13 + \sqrt{13 + \sqrt{13 + \sqrt{13 + \ldots}}}}}$$

$$B = \sqrt{13 - \sqrt{13 - \sqrt{13 - \sqrt{13 - \sqrt{13 - \ldots}}}}}$$

Combien vaut AB ?

Réponses

1

CODES POSTAUX

a) La commune de TREIZE-SEPTIERS,
Code Postal : 8 5 6 0 0

b) St-André-TREIZE-Voix (Vendée) est une commune de Vendée.
Code Postal : 8 5 2 6 0

c) La commune de Treize-vents,
Code Postal : 8 5 5 9 0

d) La commune de St-Philbert-Du-Pont-Charrault,
Code Postal : 8 5 1 1 0

e) La chapelle des TREIZE-Chênes, commune de Trémorel,
Code Postal : 2 2 2 3 0

2

QUEL JOUR ?

Nous serons un jeudi.

3

DANS LA TABLE DE 2001

Le plus petit nombre trouvé : 26013.

4

OPÉRATIONS CROISÉES

1	+	7	=	8
+		−		
5	+	4	=	9
=		=		
6	:	3	=	2

Réponses

5

SOMME = PRODUIT

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 4 5 (somme et produit des chiffres sont égaux à 20)

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 7 3 (somme et produit des chiffres sont égaux à 21)

1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 3 3 (somme et produit des chiffres sont égaux à 18)

6

PAS TROIS À LA SUITE

Au maximum, nous avons pu noircir 12 cercles.

○ ● ○ ● ○ ● ●
● ● ○ ● ● ○ ●
● ○ ● ○ ● ○ ○

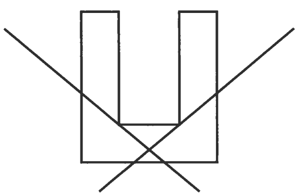
7

ORDRE ALPHATREIZIQUE

Le treizième est : Cent deux.

8

PARTAGE DU U



9

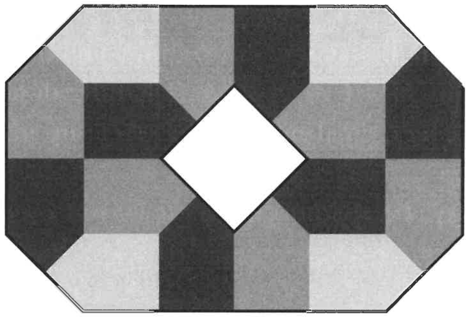
C'EST TREIZE EN SOMME !

3 solutions :

$\begin{array}{r} 231468 \\ +231468 \\ +\ \ 5972 \\ \hline 468908 \end{array}$	$\begin{array}{r} 264538 \\ +264538 \\ +\ \ 9102 \\ \hline 538178 \end{array}$	$\begin{array}{r} 273548 \\ +273548 \\ +\ \ 1602 \\ \hline 548698 \end{array}$

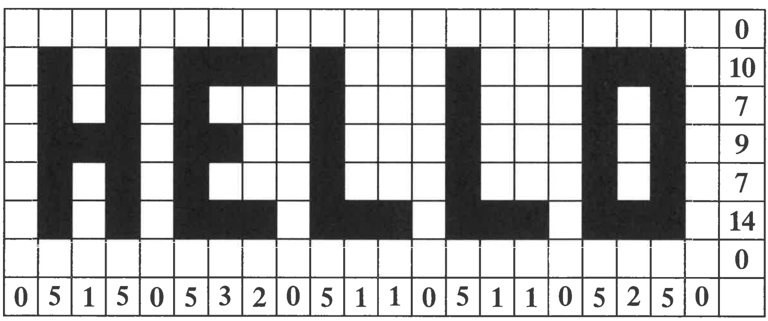
10

CARRELAGE



11

LE MESSAGE



12

FERMAT

Fermat est mort en 1665.

13

TYCHO BRAHÉ

Tycho Brahé est né en 1546.

14

RACINES DE 13

$A \times B = 13$.

RALLYE MATHÉMATIQUE DE LA SARTHE

Ce rallye est ouvert à toutes les classes des collèges sarthois, de la sixième à la troisième.

Calendrier et contenu des épreuves

- Deux épreuves de qualification se déroulent dans les collèges. Elles comportent dix « petits problèmes » et deux travaux géométriques.
- Une finale qui se déroule début juin, sur un site de plein air, réunit les seize classes issues de ces qualifications. Dix ateliers posent des problèmes dont la résolution fait appel à la logique, au calcul et à l'organisation.

Les objectifs

- Faire faire des mathématiques.
- Aider à acquérir une méthode de travail en groupes.
- Entraîner au débat : argumenter, discuter de preuves, trouver des exemples et contre-exemples, vérifier...
- Proposer un projet stimulant où s'impliquent tous les élèves d'une classe et qui permet des rencontres entre enseignants.

Organisation

Une équipe de huit professeurs de mathématiques qui travaille au sein de l'IREM.

FICHE TECHNIQUE

ÉPREUVES

Travail par classe entière : la réponse est collective. Tous les collèges de la Sarthe peuvent inscrire leurs classes de la 6ème à la 3ème.

HISTORIQUE

Se déroule depuis 1990. En 2002, 280 classes de 39 collèges.

PARTENAIRES

Ministère de l'Éducation Nationale et Inspection Académique de la Sarthe.

IREM des Pays de Loire (antenne du Mans).

Mairie du Mans et C.U.M.

Conseil Général de la Sarthe.

COMPÉTITION

Calendrier pour 2002/2003 :

1ère épreuve, le mardi 3 décembre 2002

2ème épreuve : le vendredi 14 mars 2003

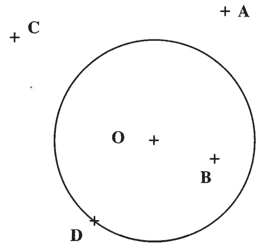
Finale, le jeudi 12 juin 2003.

CONTACTS

Martine Janvier, Collège « Vieux Colombier »
Rue de la Briquetterie, 72000 Le Mans
Tél : 02 43 28 85 13 Fax : 02 43 24 20 45
e.mail : mjanvier@cijm.org
Site consultable sur www.cijm.org

1 - QUALIFICATION 2E ÉTAPE 4ème

Sur le dessin 1, tracer la demi-droite [OA) ; noter I son intersection avec le cercle ; placer A′ l'autre point de [OA) tel que IA′ = IA. On dira que « A′ *est l'image de* A *par une anamorphose* ».



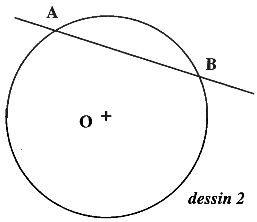
dessin 1

Puis, de même :

Tracer [OB) ; noter J son intersection avec le cercle ; placer B′ l'autre point de [OB) tel que JB′ = JB.

Tracer [OC) ; noter K son intersection avec le cercle ; placer C′ l'autre point de [OK) tel que KC′ = KC.

Tracer [OD) ; noter L son intersection avec le cercle ; placer D′ l'autre point de [OL) tel que LD′ = LD.

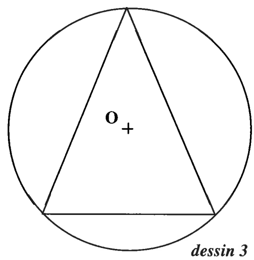


dessin 2

Sur le dessin 2 :

1- Construire les images de A et B par anamorphose comme vous l'avez appris sur le dessin 1.

2- Sur le segment [AB], on a placé 5 autres points ; construire leurs images, toujours par anamorphose.



dessin 3

3- Marquer ensuite cinq autres points sur [AB] et construire leurs images, toujours par anamorphose. Tracer une ligne (verte) qui rejoint les 12 images ainsi obtenues.

On dit qu'on a *construit point par point* l'image du segment [AB].

Sur le dessin 3, construire point par point l'image du triangle, par anamorphose.

Conseil : Prendre un grand nombre de points bien répartis sur tout le triangle.

Le même problème en 6ème, 5ème et 3ème

Mais sur le dessin 3, la figure à transformer était, respectivement, un carré, un rectangle et un triangle dont deux sommets étaient extérieurs au cercle.

2 - QUALIFICATION 2^{E} ÉTAPE 4ème

1• Construire quatre triangles différents en suivant les indications suivantes :
- Les mesures des angles de ces triangles sont tous des multiples non nuls de 30°.
- Le triangle équilatéral a des côtés de 10 cm.
- Le triangle isocèle a deux côtés de 10 cm.
- Le petit triangle rectangle a une hypoténuse de 10 cm.
- Le grand triangle rectangle a un côté de l'angle droit de 15 cm ; son aire est triple de celle du petit triangle rectangle.

2• Découper ces quatre triangles après les avoir coloriés de quatre couleurs différentes ; les assembler sans vide ni superposition pour former **un triangle T équilatéral**. Coller sur la feuille réponse.
3• Recommencer et former **un triangle T′ isocèle** (mais pas équilatéral). Coller sur la feuille réponse.
4• Comparer les aires A et A′ de T et T′.

Le même problème en 6ème
1• Les quatre triangles sont donnés et doivent être décrits.
2• Les assembler sans vide ni superposition pour former un rectangle. Coller.
3• Les assembler sans vide ni superposition pour former un autre rectangle. Coller.
4• Ces deux rectangles occupent-ils la même surface ?

Le même problème en 5ème
Même enoncé qu'en 4ème mais il faut paver un rectangle et un triangle.

Le même problème en 3ème
Même énoncé qu'en 4ème mais il faut comparer aussi les périmètres des deux triangles.

Solutions

1

2E ÉTAPE DE QUALIFICATION - SUJET 1

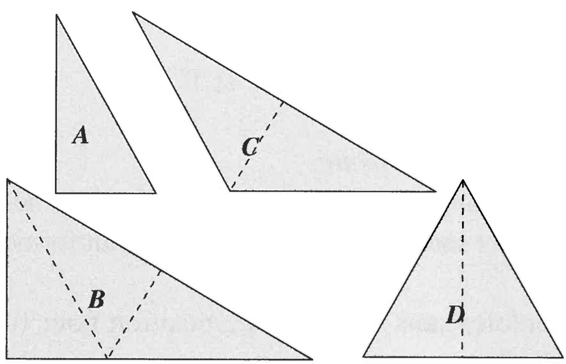
Remarques

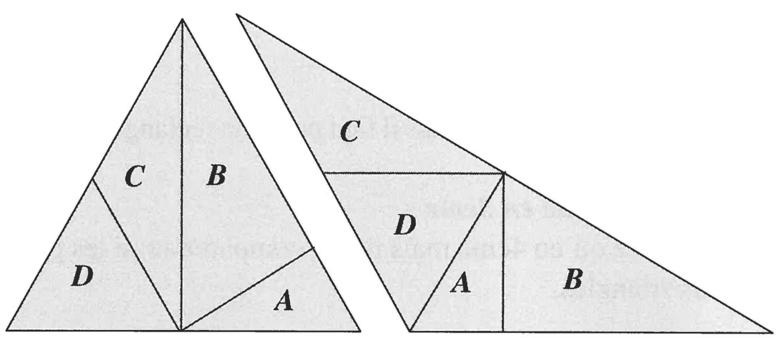
Cet exercice avait pour but de vérifier la capacité de lecture d'un enoncé plus complexe. La surprise a été grande de transformer un segment en autre chose qu'un segment… et souvent les élèves ont simplifié leur recherche en ne transformant que les extrémités. Exercice intéressant donc s'il était suivi d'une correction en classe. Très peu de classes ont réussi des constructions correctes et cette réussite n'a guère été meilleure en 3ème qu'en 5ème !

2

2E ÉTAPE DE QUALIFICATION - SUJET 2

Dessins des pièces et collages





2 SUITE

2^E ÉTAPE DE QUALIFICATION - SUJET 2

Réponses et prolongements en classe

Les quatre pièces à trouver sont dessinées ci-contre ainsi que les collages qui étaient à effectuer en $4^{ème}$ et $3^{ème}$.

Qu'on appelle cette activité « pavage », « puzzles », « juxtaposition »... quand la bonne réponse est trouvée et que les élèves ont bien positionné leurs pièces (on ne leur en demandait pas plus le jour de l'épreuve), il est intéressant de leur demander de justifier le fait que ce collage soit fait effectivement « sans vide ni superposition ». Justification d'autant plus intéressante et nécessaire qu'il est facile de leur montrer que sur leur collage, il y a des vides et des juxtapositions. Moment privilégié pour leur faire sentir qu'on ne travaille pas sur leur figure mais sur une figure « idéale ». C'est l'occasion de travailler sur la mesure des angles, les angles adjacents, l'alignement, les comparaisons de longueurs ; exercice particulièrement utile en $6^{ème}$.

En décidant que le petit triangle rectangle serait l'unité d'aire, on remarque que le grand triangle rectangle mesure 3 (c'est dit dans l'énoncé) ; le triangle isocèle et le triangle équilatéral mesurent 2 chacun. En conséquence on sait que les quatre figures obtenues après collage (les deux rectangles et les deux triangles) ont toutes des aires égales à 8. Occasion de remarquer que des objets différents, non superposables, peuvent avoir la même aire.

En $6^{ème}$ et $5^{ème}$ il n'est pas question de faire calculer les périmètres. On peut comparer sans mesure en utilisant le fait que dans un triangle rectangle, c'est l'hypoténuse qui est le plus grand côté. Ici encore, revenons au petit triangle « unité » : son hypoténuse mesure 10 cm mais on ne connaît pas ses autres mesures de côtés ; appelons b le plus grand côté de l'angle droit : $b < 10$ cm. Le dessin 4 nous donne immédiatement les indications suivantes : l'un des rectangles a une largeur de 10 cm et une longueur 2b donc son périmètre $P_1 = 20 + 4b = 20 + 2b + 2b$; l'autre a une largeur b et une longueur 20 cm donc son périmètre est $P_2 = 40 + 2b = 20 + 20 + 2b$; nous n'avons plus qu'à comparer 20 à 2b c'est-à-dire 10 à b ; or nous savons que $b < 10$ cm donc $P_1 < P_2$.

Un travail analogue permet de comparer avec les classes de $4^{ème}$ et $3^{ème}$ les quatre périmètres pour, par exemple, les faire ranger en ordre croissant.

Remarque : Une autre solution proposée par certains élèves est de placer les côtés « bout à bout » et de comparer les segments obtenus.

RALLYE MATHÉMATIQUE MIDI-PYRÉNÉES

L'IREM de Toulouse organise depuis 1992 un Rallye mathématique destiné aux élèves des classes de troisième et de seconde, depuis 1997 aux classes de cycle 3 de l'enseignement primaire et depuis 1999 aux classes de sixième.

Cette compétition est constituée d'une épreuve écrite par classe entière (deux pour les sixièmes, trois pour les primaires) et d'une super-finale regroupant les classes gagnantes de chaque département de l'académie ainsi que celles d'Andorre et de Barcelone. Se joignent également aux épreuves écrites des classes de l'Académie de Rouen, de l'Île de la Réunion, d'Espagne (Galice, Huesca, Saragosse, Cartagene) et de Hongrie.

On peut estimer qu'en 2001 environ 45000 candidats y ont participé dont 15000 extérieurs à notre académie.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1992: Début d'un Rallye expérimental dans trois départements de l'académie (Gers, Tarn, Tarn-et-Garonne) avec le soutien du Rallye mathématique d'Aquitaine.
1993: Extension du Rallye à tous les départements de l'académie et à l'Andorre.
1994: Participation de la Galice et de la Catalogne. Mise en place de la Super Finale.
1997: Extension du rallye au cycle 3 du primaire dans certains départements.
1998: Mise en place à titre expérimental d'une compétition pour les classes de CM2 et de sixième de l'Ariège.
1998: Extension du Rallye aux classes de sixième d'autres départements.

ÉPREUVES

Par classe entière.
• Épreuve écrite :
- pour les classes de troisième-seconde, elle est constituée de 10 problèmes dont 8 sont communs à toutes les catégories et 2 sont spécifiques à chacune d'elles (troisième, seconde générale et seconde professionnelle). La durée est de 2 heures.
- pour les classes de primaire, elle est constituée de trois manches. Les élèves ont à choisir de résoudre 3 problèmes parmi 8 et à les renvoyer à une date fixée.
• Super-finale : elle est organisée pour toutes les catégories. Elle consiste en la résolution en classe entière de 4 exercices en dix minutes maximum. Le temps est pris en compte pour départager les ex æquo.

COMPÉTITION

Épreuve écrite en mars (troisième-seconde), en janvier et mars (sixième), en décembre, janvier et mars (primaire).
Cette épreuve permet l'attribution de prix départementaux pour chaque niveau et chaque catégorie.
Super-finale en mai : Le premier prix de chaque département ou pays participant dans chaque catégorie se rend à l'Université Paul Sabatier à Toulouse et doit résoudre, par classe entière, quatre exercices.

PARRAINS

• Rectorat de l'Académie et Inspections académiques
• Conseil Régional et Conseils Généraux
• Mairies
• Crédit Agricole
• APMEP
• France Telecom…

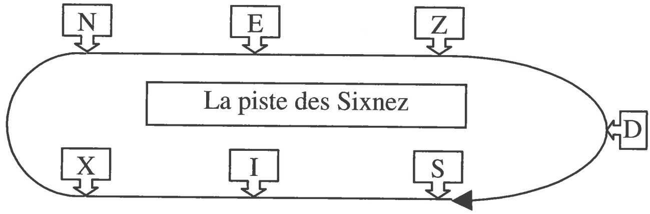
CONTACTS

André Antibi
I.R.E.M. de Toulouse
Université Paul Sabatier
118, Route de Narbonne
31062 Toulouse Cedex 4
Tél : 05 61 55 68 83
Fax : 05 61 55 82 58
Email: irem@cict.fr

1 - LA PISTE DES SIXNEZ 6ème

Les 7 postes de chronométrages de la piste des Sixnez sont répartis tous les 50 m. Le départ du 3000 mètres steeple est donné devant le poste D, dans le sens indiqué par la flèche.

Devant quel poste se fera l'arrivée ?



2 - LA GRANDE SALLE 6ème

Viviane a participé à la finale internationale des jeux mathématiques. Elle était dans la grande salle des examens où toutes les tables individuelles étaient bien alignées avec le même nombre de places dans chaque rangée. Elle a compté qu'il y avait 21 rangées devant elle et 11 derrière.

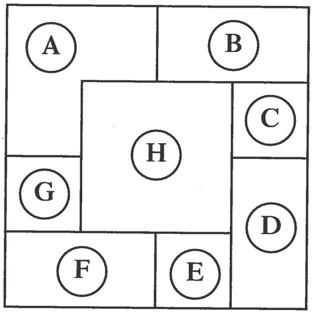
Sur sa rangée, elle a compté 6 tables à sa droite et 2 à sa gauche.

Combien y avait-il de places dans cette grande salle d'examen ?

3 - PLAQUES ET ORDRE 6ème

Des plaques carrées de 2 cm de côté ont été placées sur un carré de 4 cm de côté.

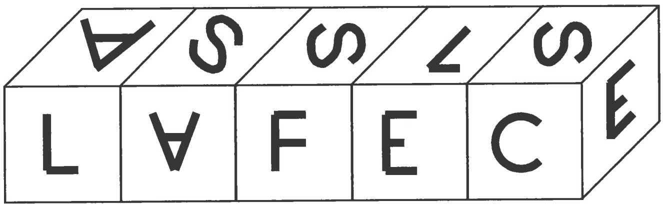
Retrouvez dans quel ordre elles ont été posées.



4 - COTÉ FACE

6ème - Cycle 3

Avec cinq cubes identiques on a réalisé l'assemblage ci-dessous.



Que peut lire sur l'autre face de l'assemblage quelqu'un situé en face de nous ?

5 - ET 1 ET 2 ET 3 ...

6ème - Cycle 3

Je compte sur les doigts de ma main en changeant de sens chaque fois que j'arrive à un bout :
pouce : 1, index : 2, majeur : 3, annulaire : 4, auriculaire : 5, annulaire : 6, majeur : 7, index : 8, pouce : 9, index :10, majeur :11, ...
À quel doigt correspondra le nombre 100 ?

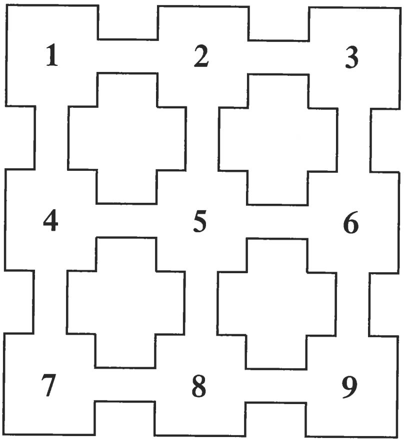
6 - LA VÉRITÉ SI JE MENS

3ème - 2nde

André et Pierre disent toujours la vérité sauf le jour de leur anniversaire où ils mentent.
Hier, 5 mars, on leur a demandé :
Quelle est la date de votre anniversaire ?
André a répondu : hier.
Pierre a répondu : demain.
Mais aujourd'hui 6 mars, à la même question, ils font chacun la même réponse qu'hier.
Quelle est donc la date anniversaire de chacun ?

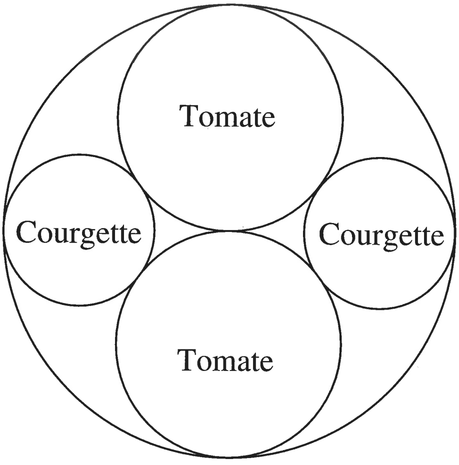
7 - LES ENCLOS DE LUCKY LUKE $3^{ème}$ - 2^{nde}

Lucky Luke a placé 8 chevaux dans chacun des neuf enclos. Les chevaux se promenant ensuite librement d'un enclos à l'autre.
À un certain moment l'enclos n°2 était vide, le n°3 contenait 11 chevaux, et il y avait alors autant de chevaux dans chaque ligne horizontale, dans chaque ligne verticale et dans chaque diagonale.
Combien y avait-il de chevaux dans chacun des autres enclos à ce moment-là ?



8 - LA SURPRISE DU CHEF $3^{ème}$ - 2^{nde}

Pour accompagner son médaillon de pintade aux pruneaux, le chef André a composé une assiette de légumes farcis. Dans une soucoupe de 10 centimètres de diamètre, il a disposé deux tomates, deux morceaux de courgette, tous ces légumes étant farcis.
On suppose que cette situation peut être représentée par la figure ci-contre, les cercles intérieurs ayant 2 à 2 le même rayon.

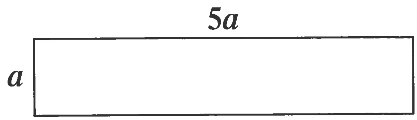


Quel est le diamètre T d'une tomate et le diamètre C d'une courgette ?

9 - À VOS CISEAUX 3ème - 2nde

Lors du dernier concours de haute couture, l'épreuve suivante a été proposé : « Transformer en 4 coupes rectilignes une écharpe de longueur $5a$ et de largeur a, sans la plier, en un foulard carré de même surface, en juxtaposant les quatre coupes ». Le grand couturier Pacus Rabanus a été le seul à réussir l'épreuve grâce, dit-il, à ses connaissances ésotériques.

Sauriez-vous faire de même ?



10 - NOËL AU VILLAGE 3ème - 2nde

Dans un village de 153 familles, le père Noël a déposé dans la cheminée de chaque famille 2 ou 3 ou 4 trottinettes.

Sachant qu'il y a autant de familles ayant reçu 2 trottinettes que de familles en ayant reçu 4, combien de trottinettes a distribué le Père Noël dans ce village ?

11 - LA MOUCHE GOURMANDE 3ème - 2nde

Sur la paroi intérieure d'un verre cylindrique d'épaisseur négligeable, de cinq centimètres de diamètre, se trouve une gouttelette de miel. Elle est située à deux centimètres du bord supérieur du verre.

Une mouche se pose sur la paroi extérieure du verre au point, situé à deux centimètres du bord supérieur, diamétralement opposé à la gouttelette de miel. Ayant aperçu la gouttelette, elle va vers celle-ci en se déplaçant sur le verre.

Quelle est la longueur du plus petit trajet entre la mouche et la gouttelette de miel ?

Réponses

1

LA PISTE DES SIXNEZ

Un tour mesure 350m.

3000 = 350 × 8 + 200.

Huit tours complets plus 200 m à parcourir soit 4 intervalles.

L'arrivée se fait au poste N.

2

LA GRANDE SALLE

Nombre de rangées :

21 + 1 + 11 = 33.

Nombre de tables à chaque rangée :

6 + 1 + 2 = 9.

Nombre de places dans la salle :

33 × 9 = 297.

3

PLAQUES ET ORDRE

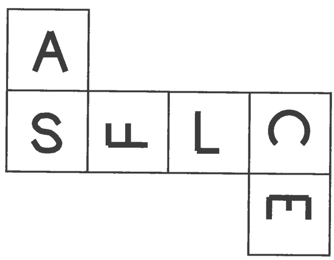
Les plaques ont été placées dans l'ordre suivant :

B - C - D - E - F - G - A - H.

4

COTÉ FACE

Patron du cube utilisé :



Quelqu'un situé en face de nous sur l'autre face de l'assemblage peut lire le mot : « FACES ».

5

ET 1 ET 2 ET 3 ...

On revient au pouce tous les 8 doigts.

100 = 8 × 12 + 4.

On redémarre au pouce puis index puis majeur et enfin annulaire.

Le nombre 100 correspond à l'annulaire.

6

LA VÉRITÉ SI JE MENS

André est né le 5 mars et Pierre le 6 mars.

7 LES ENCLOS DE LUCKY LUKE

Nombre de chevaux dans l'enclos :

n° 1 : 13 n° 2 : 0 n° 3 : 11 n° 4: 6 n° 5 : 8

n° 6 : 10 n° 7: 5 n° 8 : 16 n° 9 : 3

8 LA SURPRISE DU CHEF

x est le rayon de la courgette. Dans le triangle rectangle ayant pour sommets le centre de la tomate, le centre de la courgette et le point de tangence des deux tomates, on a avec Pythagore : $(5 - \mathrm{x})^2 + 2{,}5^2 = (2{,}5 + x)^2$.

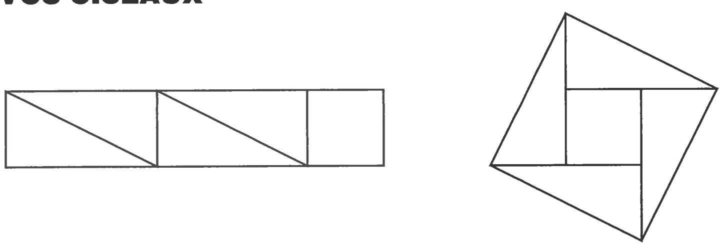
Puis $25 - 10x + x^2 + 6{,}25 = 6{,}25 + 5x + x^2$

$15\,x = 25$

$x = 5/3$

donc T = 5 cm et C = 10/3 cm.

9 À VOS CISEAUX



10 NOËL AU VILLAGE

Étant donné qu'il y a autant de familles qui reçoivent 2 trottinettes que 4, chaque famille a donc reçu en moyenne 3 trottinettes.

$153 \times 3 = 459$ trottinettes ont donc été distribuées dans ce village.

11 LA MOUCHE GOURMANDE

On fait le développement du cylindre.

La mouche est en A à 2 cm du bord supérieur du verre ; la goutte de miel est en B à la même hauteur que A et à une distance égale au demi-périmètre du cercle de base du verre soit $\frac{5}{2}\pi$.

La longueur du plus petit trajet entre la mouche et la gouttelette de miel est donc $\frac{\sqrt{25}}{4\pi^2} + 16$ cm.

RALLYE MATHÉMATIQUE D'AQUITAINE

Le Rallye Mathématique Sans Frontières vise à ouvrir les frontières entre les régions, entre les élèves d'une même classe, entre les collèges et les lycées. Son objectif est de faire vivre les mathématiques auprès des jeunes.

• C'est une compétition entre classes entières et volontaires dont l'inscription est gratuite. Son but est de favoriser le travail en équipe et de persuader les élèves, que les Mathématiques, c'est vivant et que cela peut même être passionnant.

• Sa formule originale réside en la production d'un dossier-réponse commun pour chaque classe. Le jour de l'épreuve les élèves s'organisent collectivement pour venir à bout d'une douzaine de problèmes "casse-tête".

• C'est aussi une épreuve ouverte à différents types de classes : élèves de seconde générale, de seconde professionnelle et de troisième réfléchissent à des sujets communs, au même moment, pendant 100 minutes.

• La surveillance s'effectue sur le principe des permutations de professeurs entre établissements.

• Environ 300 classes de l'Académie de Bordeaux participent chaque année à cette compétition. Les classes lauréates sont récompensées au niveau départemental ainsi qu'au niveau régional.

FICHE TECHNIQUE

HISTORIQUE

1991 : Création du Rallye Mathématique d'Aquitaine.

1992 : Participation à titre expérimental du Gers, Tarn, Tarn et Garonne au Rallye Mathématique d'Aquitaine.

1993 : Le Rallye s'étend et regroupe les régions d'Aquitaine, Aragon, Galice, Midi-Pyrénées et Pays Basque.

1994 : Mise en sommeil du Rallye.

1995 : Redémarrage sous l'appellation Rallye Mathématique Sans Frontières. (252 classes participantes.)

1996 : 283 classes participantes en Aquitaine et participation de quelques classes du Congo, d'Allemagne et d'Australie.

1997 : Ouverture du Rallye aux classes de seconde de Lycées professionnels, 311 classes participantes.

1998-2002 : Environ 300 classes d'Aquitaine participent au Rallye ainsi que quelques classes de l'étranger. (Allemagne, Australie, Espagne…).

ÉPREUVES

Par classe entière.
Catégorie : troisième, seconde et lycée professionnel (niveau équivalent à l'étranger).
Problèmes : consistent en une palette d'exercices (avec un exercice spécifique par catégorie). La classe s'organise pour résoudre les exercices proposés en deux heures et fournir un dossier réponse.

PARTENAIRES

• Rectorat, Inspections Académiques, IREM d'Aquitaine.
• Conseil Régional, Conseils Généraux.
• Caisses du Crédit Agricole.
• Cap Sciences Bordeaux, Aqualand (Gironde), Walliby (Lot et Garonne), Aventure Park (Landes).
• Casio, Tangente, La souris Verte (imprimerie).

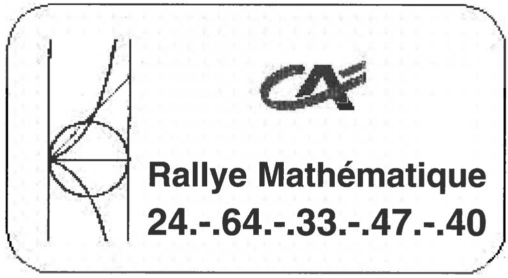
CONTACTS

IREM d'Aquitaine
40, rue Lamartine
33340 Talence
Tél. : 05 56 84 89 75
Fax : 05 56 84 89 72
irem@irem.u-bordeaux.fr

Énoncés

1 - CODE SECRET

3^e^ - 2^nde^ - Lycée Pro 2000



Le code secret de la carte bancaire de Nicole est facile à retrouver !
En lisant de droite à gauche ce nombre de quatre chiffres, on obtient les numéros minéralogiques de deux départements de la Région Aquitaine.
De plus, ce code est un multiple de 6, dont le produit par 6 s'écrit avec les mêmes chiffres que lui-même.
Quel est donc le code de la carte de Nicole ?

2 - 2000, UNE PETITE ANNÉE

2000

Jean-Luc a beau savoir que l'an 2000, 2000ème année de l'ère chrétienne, est la dernière année du XX ^{ème} siècle, il la considère comme une petite année.
En effet, c'est un passionné des vendredis 13.
Or, en 2 000, il n'y en aura qu'un : le 13 octobre.
Combien, au maximum, peut-il y avoir de vendredis 13 dans une année non bissextile et quel jour de la semaine est alors le 1er janvier ?

3 - L'ÂGE DE MAMIE 2000

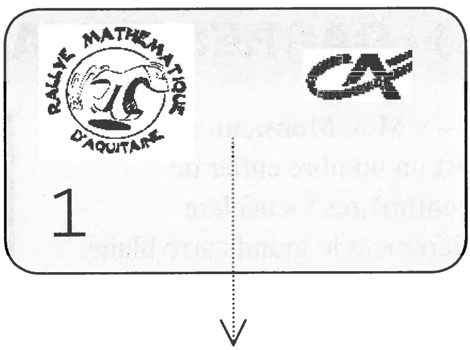
Mamie a entre 50 et 70 ans.
Très coquette, elle refuse de donner son âge.
« Chacun de mes enfants a autant d'enfants qu'il a de frères et sœurs et mon âge est la somme du nombre de mes enfants et de celui de mes petits enfants. » consent-elle seulement à révéler.

Quel est donc l'âge de Mamie ?

d'après Georges Pérec

4 - VICE VERSA 2001

Fred et Céline sont assis face à face. Céline a posé sa carte bancaire sur la table et les deux amis sont stupéfaits de constater que, sans se contorsionner, ils lisent alors le même numéro de 10 chiffres !
Ce numéro ne commence pas par 0 et si on le partage en deux nombres de 5 chiffres, la somme de ces deux nombres est égale à 98 648.

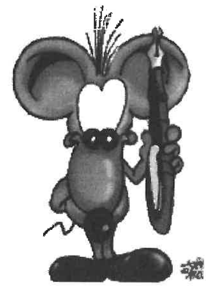


$$\begin{array}{r} 18002 \\ +\ 20081 \\ \hline 38083 \end{array}$$

Quel peut bien être le numéro de la carte de Céline ?
(On donnera deux possibilités.)
Voici les chiffres qui sont utilisés pour écrire les numéros de ces cartes bancaires :

1234567890

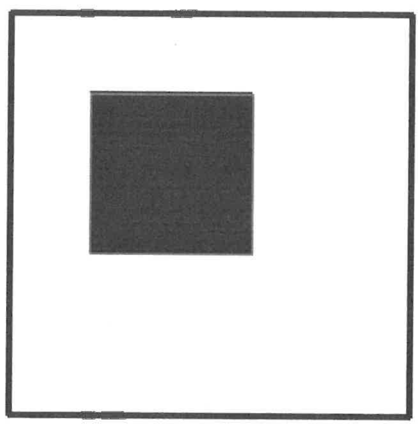
5 - ÉLECTIONS À SAINT POURCENT 2001



Aux dernières élections municipales, Vincent Pourmil a été élu avec 1254 voix, soit 55 % des suffrages exprimés.
80 % des électeurs inscrits sur la liste électorale sont venus voter.
Lors du dépouillement on a trouvé 5 % de bulletins “ nuls “ ou “ blancs “, qui ne font donc pas partie des suffrages exprimés.

Combien d’électeurs inscrits sur la liste électorale n’ont pas voté pour Vincent Pourmil ?

6 - CARRÉS REMARQUABLES 2001



— « Moi, Monsieur, mon côté est un nombre entier de centimètres ! » déclare fièrement le grand carré blanc.
— « Mais, moi aussi ! » rétorque rageusement le petit carré bleu, avant de poursuivre.
« Qu’on me donne 2 001 cm^2 de plus et je serai votre égal ! »

Combien peut bien mesurer le côté du plus grand des deux protagonistes ?
(Donner toutes les possibilités.)

Solutions

1

CODE SECRET

7446 est solution.

2

2000, UNE PETITE ANNÉE

Un examen minutieux de la situation ou un bon travail d'arithmétique fournit la réponse : pour une année non bissextile, il peut y avoir au maximum 3 vendredis 13 et seulement si l'année commence un jeudi.
Remarque : pour une année bissextile, il peut y avoir au maximum 3 vendredis 13 et seulement si l'année commence un dimanche.

3

L'ÂGE DE MAMIE

Soit n le nombre d'enfants. Chacun a $(n - 1)$ enfants.
Âge de Mamie : $n + n(n - 1) = n + n^2 - n = n^2$. Mamie a 64 ans.

4

VICE VERSA

4 solutions vous sont proposées : 8998008668 , 8866009988 , 8968008968 ou encore 8896009688.

5

ÉLECTION À SAINT POURCENT

Si x désigne le nombre total d'inscrits, sont donc venus voter $0{,}8x$ (*80% des inscrits*) qui se répartissent entre votes blancs ou nuls et votes exprimés.
Comme le nombre de votes blancs et nuls est $0{,}05 \times 0{,}8x$ (*5% de bulletins blancs ou nuls*), le nombre de votes exprimés est : $0{,}8x - 0{,}05 \times 0{,}8x$, c'est-à-dire $0{,}76x$.
Ainsi $1254 = (55/100) \times 0{,}76x$ (*1254 représente 55% de 0,76x*), ce qui donne après calcul $x = 3000$.
Sur les 3000 inscrits, 1254 ont voté pour M. Pourmil et $3000 - 1254 = 1746$.
Par conséquent, **1746** électeurs inscrits n'ont pas voté pour M. Pourmil.

6

CARRÉS REMARQUABLES

On considère deux entiers naturels a et b, avec $a > b$, qui représentent respectivement les longueurs en cm des côtés du grand carré et du petit carré.
D'une part $a^2 - b^2 = 2001$, soit $(a+b)(a-b) = 2001$.
D'autre part, $2001 = 3 \times 23 \times 29$
$= 1 \times 2001 = 3 \times 667 = 23 \times 87 = 29 \times 69$.
En utilisant successivement chacun des quatre produits de deux entiers naturels donnant 2001, on est amené à résoudre des systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues. Le côté du plus grand des deux carrés peut donc mesurer **1001**, **335**, **55** ou **49** cm.

INDEX

Légende : E = école primaire C = collège L = lycée S = supérieur

Note : les indications (E, C, L, S) donnés par les relecteurs de cet ouvrage élargissent parfois les catégories prévues par les compétitions elle-mêmes.

A = algorithme C = calcul
D = dénombrement E = géométrie dans l'espace
G = géométrie plane L = logique
M = autres N = nombres entiers
P = probabilité, combinatoire Pu = puzzle, découpage

Exemple. Le problème 26 de la compétition 3 de niveau collège-lycée a pour thèmes "calcul" et "géométrie plane" : 3-26 CL ✖ ✖

Pb	niveau	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
1-1	C		✖			✖					
1-2	C					✖					
1-3	C		✖								
1-4	C		✖		✖						
1-5	C								✖		
1-6	C					✖					
1-7	C					✖					
1-8	C		✖						✖		
1-9	C		✖						✖		
1-10	CL		✖					✖			
1-11	CL		✖			✖					
1-12	C		✖			✖					
2-1	EC			✖		✖					
2-2	C		✖			✖					
2-3	EC	✖					✖	✖			
2-4	ECL						✖		✖		
2-5	EC									✖	
2-6	E					✖					
2-7	E			✖		✖					
2-8	C		✖			✖					
2-9	C			✖		✖					
2-10	C		✖				✖			✖	
2-11	CL		✖						✖		
2-12	CL	✖	✖				✖			✖	
2-13	CL			✖					✖		
3-1	E		✖								
3-2	EC						✖				
3-3	E		✖				✖				
3-4	E		✖								
3-5	E		✖								
3-6	E		✖			✖					
3-7	EC				✖		✖				
3-8	EC		✖		✖						
3-9	EC				✖						
3-10	C		✖			✖					
3-11	EC		✖				✖		✖		
3-12	EC				✖		✖				
3-13	EC				✖						✖
3-14	C		✖								
3-15	C					✖					✖
3-16	C						✖		✖		
3-17	C						✖		✖		
3-18	CL			✖							
3-19	C		✖								
3-20	C			✖		✖					
3-21	C						✖				
3-22	C	✖					✖				
3-23	C										✖
3-24	CL		✖								
3-25	CL				✖						
3-26	CL		✖			✖					
3-27	CL		✖						✖		
3-28	L			✖							
3-29	CL					✖					
3-30	L					✖					
3-31	L						✖		✖		
3-32	L		✖			✖					
3-33	CL		✖			✖					
3-34	L			✖							
3-35	L								✖		
3-36	L			✖					✖		
3-37	LS		✖								✖
3-38	LS		✖	✖					✖		
3-39	LS	✖	✖								

Pb	niveau	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
3-40	LS		✖			✖					
3-41	CLS					✖					
3-42	LS		✖				✖				
3-43	LS		✖			✖					
3-44	LS						✖		✖		
3-45	LS								✖		
4-1	EC						✖				
4-2	EC			✖		✖	✖				
4-3	EC	✖					✖				
4-4	EC	✖					✖				
4-5	EC					✖	✖				
4-6	EC						✖				
4-7	EC		✖				✖		✖		
4-8	EC		✖						✖		
4-9	EC		✖						✖		
4-10	EC	✖		✖				✖	✖		
4-11	EC			✖			✖			✖	
4-12	EC						✖			✖	
5-1	CL				✖		✖				
5-2	CL						✖	✖			
5-3	CL		✖								
5-4	CL		✖	✖						✖	
5-5	CL				✖	✖					
5-6	CL					✖					
5-7	CL					✖					
5-8	CL		✖								
5-9	CL		✖								
5-10	CL						✖	✖			
5-11	CL	✖	✖								
5-12	CL		✖								
6-1	EC	✖					✖				
6-2	EC					✖	✖				
6-3	E		✖	✖				✖			
6-4	C			✖			✖		✖		
6-5	E	✖		✖			✖				
6-6	E		✖				✖				
6-7	C	✖	✖								✖
6-8	C		✖	✖			✖				
6-9	C					✖					✖
6-10	C			✖			✖				
6-11	L	✖	✖								
6-12	L	✖	✖	✖							
6-13	CL		✖	✖							
7-1	L					✖					
7-2	L					✖					
7-3	L					✖					
7-4	L								✖		
8											

Pb	niveau	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
9-1	LS		✖						✖		
9-2	LS					✖					
9-3	LS	✖	✖						✖		
9-4	LS		✖						✖		
9-5	L		✖			✖					
9-6	L		✖			✖					
10-1	EC		✖	✖							
10-2	E								✖		
10-3	EC								✖		
10-4	E		✖						✖		
10-5	C		✖						✖		
10-6	C		✖			✖					
10-7	C					✖					
10-8	L		✖						✖		
10-9	L						✖	✖			
10-10	L		✖						✖		
10-11	CL		✖			✖					
10-12	CL		✖			✖					
11-1	C					✖					
11-2	C								✖		
11-3	C	✖									
11-4	C								✖		
11-5	C					✖					
11-6	C								✖		
11-7	C	✖									
11-8	C								✖		
12-1	CL					✖					
12-2	CL					✖					
12-3	CL		✖			✖					
12-4	CL		✖								
12-5	L				✖	✖					
12-6	CL		✖	✖			✖				
12-7	CL		✖			✖					
12-8	CL					✖					
12-9	CL		✖								
12-10	CL		✖								
13-1	C	✖	✖				✖				
13-2	C		✖				✖				
13-3	L		✖								
14-1	E								✖		
14-2	C					✖					
14-3	C		✖								
14-4	C		✖								
14-5	L	✖									
14-6	E	✖									
14-7	C		✖								
14-8	C								✖		
14-9	L		✖			✖					

Pb	niveau	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
14-10	C								✖		
14-11	C		✖								
14-12	C		✖								
14-13	C		✖								
14-14	C		✖								
14-15	C					✖					
14-16	C						✖				
14-17	C		✖								
14-18	C		✖								
15-1	C					✖					
15-2	C	✖							✖		
15-3	C	✖							✖		
15-4	C						✖				✖
15-5	C		✖						✖		
15-6	C					✖					✖
15-7	L		✖						✖		
15-8	L	✖	✖						✖		
15-9	L					✖					
15-10	L		✖						✖		
16-1	,E		✖	✖					✖		
16-2	E	✖	✖	✖							
16-3	E	✖		✖			✖				
16-4	EC	✖	✖						✖		
16-5	C		✖			✖					
16-6	EC		✖								
16-7	C	✖			✖						
16-8	C	✖					✖				
16-9	C		✖	✖			✖				
16-10	C		✖								
16-11	C										✖
16-12	C	✖	✖				✖				✖
17-1	C		✖								
17-2	C		✖								
17-3	C		✖								
17-4	C		✖								
17-5	L						✖				
17-6	L					✖					
17-7	L		✖	✖							
17-8	L		✖								
17-9	L		✖	✖							
17-10	L		✖								
18-1	C	✖					✖		✖		
18-2	C	✖					✖				
18-3	C	✖						✖			

Pb	niveau	A	C	D	E	G	L	M	N	P	Pu
18-4	C				✖			✖			
19-1	C			✖					✖		
19-2	CL		✖						✖		
19-3	CL		✖						✖		
19-4	C								✖		
19-5	C		✖						✖		
19-6	CL	✖					✖		✖		
19-7	CL		✖			✖					✖
19-8	CL		✖						✖		
19-9	CL				✖				✖		
19-10	CL					✖					✖
20-1	C		✖						✖		
20-2	C		✖						✖		
20-3	EC		✖						✖		
20-4	CL	✖							✖		
20-5	C		✖						✖		
20-6	EC							✖			
20-7	C								✖		
20-8	CL										✖
20-9	CL						✖		✖		
20-10	CL										✖
20-11	CL						✖		✖		
20-12	CL		✖						✖		
20-13	CL		✖						✖		
20-14	L		✖								
21-1	C					✖					
21-2	C					✖				✖	
22-1	C		✖								
22-2	C		✖						✖		
22-3	C						✖				✖
22-4	EC				✖		✖				
22-5	EC		✖						✖		
22-6	CL						✖				
22-7	CL		✖						✖		
22-8	CL					✖					
22-9	CL										✖
22-10	CL		✖						✖		
22-11	CL				✖	✖					
23-1	CL		✖					✖			
23-2	CL		✖					✖			
23-3	CL		✖						✖		
23-4	CL		✖			✖		✖			
23-5	CL		✖								
23-6	CL					✖					

INDEX THÉMATIQUE

Légende : 3-6 = Compétition 3 - Problème 6

DÉNOMBREMENT

GÉOMETRIE ESPACE

GÉOMÉTRIE PLANE

LOGIQUE

NOMBRES ENTIERS

	19-1	19-2	19-3	19-4	19-5	19-6	19-8
	19-9	20-1	20-2	20-3	20-4	20-5	20-7
	20-9	20-11	20-12	20-13	22-2	22-5	22-7
	22-10	23-3					
Lycée :	2-4	2-11	2-13	3-27	3-31	3-35	3-36
	3-38	3-44	3-45	7-4	9-1	9-3	9-4
	10-8	10-10	15-7	15-8	15-10	19-2	19-3
	19-6	19-8	19-9	20-4	20-9	20-11	20-12
	20-13	22-7	22-10	23-3			

PROBABILITÉ - COMBINATOIRE

École :	2-5	4-11	4-12				
Collège :	2-5	2-10	2-12	4-11	4-12	5-4	21-2
Lycée :	2-12	5-4					

PUZZLE - DÉCOUPAGE

École :	3-13						
Collège :	3-15	3-23	6-7	6-9	15-4	15-6	16-11
	16-12	19-7	19-10	20-8	20-10	22-3	22-9
Lycée :	3-37	19-7	19-10	20-8	20-10	22-9	

AUTRES

École :	4-10	6-3	20-6				
Collège :	1-10	4-10	5-2	5-10	18-3	18-4	20-6
	23-1	23-2					
Lycée :	1-10	5-2	5-10	10-9	23-1	23-2	

Achevé d'imprimer en novembre 2002,
imprimerie Louis Jean 05000 Gap.
Dépôt légal : 792 – décembre 2002

PanoraMath 3

Ce troisième volume de PanoraMath continue l'édition d'annales riches, variées et diverses de problèmes posés dans les compétitions mathématiques francophones.

On y trouvera les énoncés ainsi que les corrigés de 247 problèmes choisis dans vingt-trois compétitions locales, départementales, régionales, nationales et internationales.

Ce sont des exercices de tournois ou de rallyes individuels, par binômes, trinômes ou classes entières, de l'école au baccalauréat, donnés en temps limité ou non, certains avec calculatrice, d'autres sans.

On trouvera aussi les coordonnées de chaque compétition et les modalités de participation à ces jeux et concours.

PanoraMath est l'œuvre commune du *Comité International des Jeux Mathématiques*, de l'*Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public*, de l'*Assemblée des Directeurs d'IREM*, d'*ACL - les Éditions du Kangourou* et de tous les enseignants et passionnés de maths qui inventent sans cesse de nouveaux problèmes et de belles solutions.

Un recueil passionnant, le Livre essentiel des compétitions francophones, un incontournable pour les amateurs de mathématiques.

ISBN : 2-87694-107-4

9 782876 941076