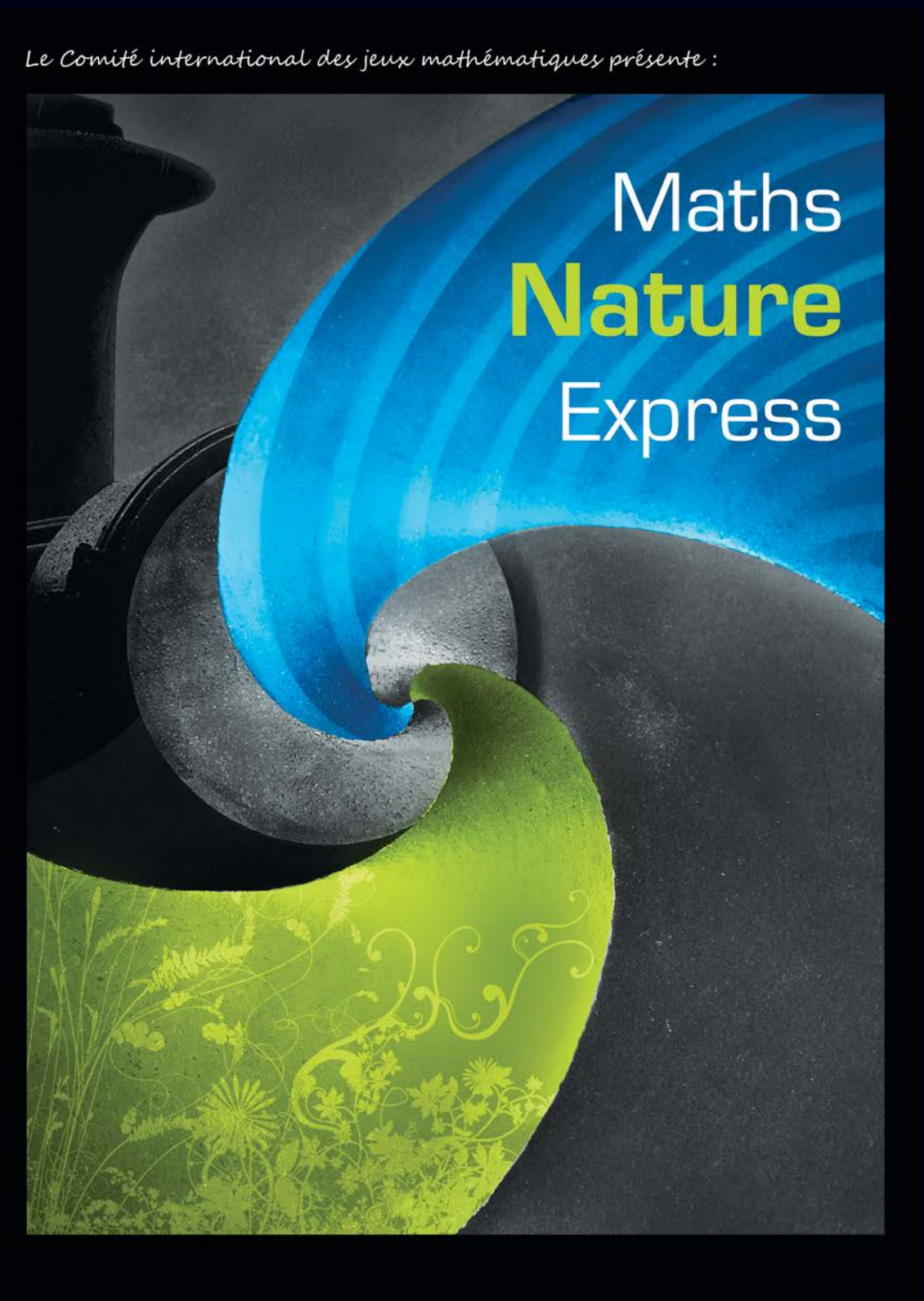


*Le Comité international des jeux mathématiques présente :*

The cover features a dark, textured background. On the left, a portion of a dark, metallic gear is visible. A large, stylized shape, resembling a fractal or a mathematical curve, dominates the center and right. This shape is composed of two main colors: a vibrant blue at the top and a bright green at the bottom. The blue section has a subtle, wavy pattern. The green section is filled with a detailed, intricate pattern of white and yellow floral and vine motifs. The overall aesthetic is modern and scientific, blending mathematics with nature.

Maths  
**Nature**  
Express

# Sommaire

<i>Introduction</i>	1
<b><i>Les minéraux</i></b>	
<i>La collection des minéraux</i>	3
<i>La couleur des minéraux naturels</i>	4
<i>La couleur des verres</i>	5
<i>Le quartz et l'homme</i>	7
<i>La radioactivité</i>	9
<b><i>L'eau et l'air</i></b>	
<i>Les glaces de mer</i>	12
<i>Les tsunamis</i>	15
<i>Les vagues scélérates</i>	18
<i>La turbulence</i>	20
<i>Du vol des oiseaux au vol de l'avion</i>	24
<b><i>La vie</i></b>	
<i>Le monde végétal</i>	26
<i>Les grands déserts</i>	36
<i>La phyllotaxie</i>	38
<i>Origami pour la biologie</i>	41
<i>Exobiologie</i>	43
<i>SETI</i>	48
<b><i>l'univers</i></b>	
<i>Le temps des uns, le temps des autres</i>	52
<i>La lumière</i>	56
<i>Quelle forme pour l'univers?</i>	60

# Nature et Mathématiques

Jean-Pierre Kahane, membre de l'Académie des Sciences

**"L'étude approfondie de la nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques"**

Joseph Fourier

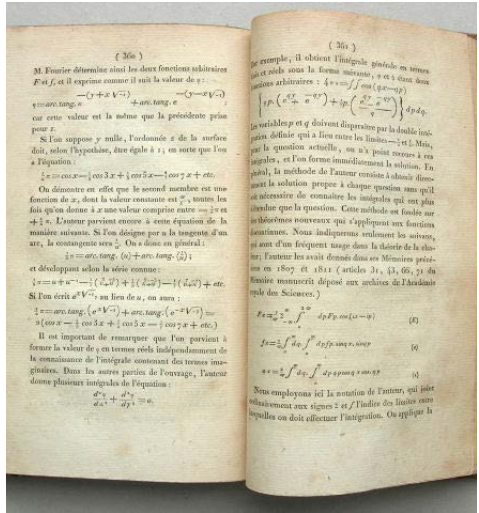
Joseph Fourier avait une multitude de talents, parmi lesquels un talent littéraire. La citation mise en exergue est extraite du DISCOURS PRÉLIMINAIRE DE LA THÉORIE ANALYTIQUE DE LA CHALEUR, œuvre scientifique majeure de Fourier publiée en 1822.

Ce DISCOURS PRÉLIMINAIRE mérite d'être un classique de la littérature scientifique. Fourier s'attache au mouvement de la chaleur dans les corps solides comme un sujet d'intérêt pratique et théorique (quelle est la source de la chaleur terrestre ?), il en établit les lois, et en particulier l'équation de la chaleur, puis il développe comme outil de résolution ce qu'on devait appeler plus tard *les séries* et *les transformées de Fourier*.

Dans ce texte, il montre à la fois la nature physique du problème et l'intérêt de sa solution mathématique.

Depuis lors, l'analyse de Fourier s'est développée comme une des branches des mathématiques, aussi riche d'applications à l'intérieur qu'à l'extérieur des mathématiques. Ses avatars contemporains dont la théorie des ondelettes et tout ce qui s'y rattache renouent avec le point de vue

de Fourier. Dans ce cas comme dans d'autres, ce sont des problèmes venus de l'extérieur, et quelquefois l'observation par des biologistes de phénomènes naturels, qui ont amené les progrès les plus récents.



La formule de Fourier dépasse de beaucoup l'analyse de Fourier. Elle sonne comme un manifeste. Il est tentant de la compléter par une sorte de contre-manifeste, contenu dans une lettre écrite juste après la mort de Fourier par un jeune et brillant mathématicien allemand, Jacobi :

**"M. Fourier avait l'opinion que le but principal des mathématiques était l'utilité publique et l'explication des phénomènes naturels. Mais un philosophe comme lui aurait dû savoir que le but unique de la science est l'honneur de l'esprit humain..."**

Belle formule, qui naguère a servi d'emblème à la mathématique, et qui semble en opposition formelle avec celle de Fourier.

Et pourtant... N'est-il pas vrai que c'est à l'honneur de l'esprit humain que de s'interroger devant la nature, de tenter de dégager ses lois, et de créer pour cela des outils qui deviennent eux-mêmes des objets de pensée ? N'est-il pas vrai que relier les mathématiques à leur origine historique et naturelle ne fait qu'en exalter la force et la beauté ?

C'est encore Fourier qui déclare dans le DISCOURS HISTORIQUE :

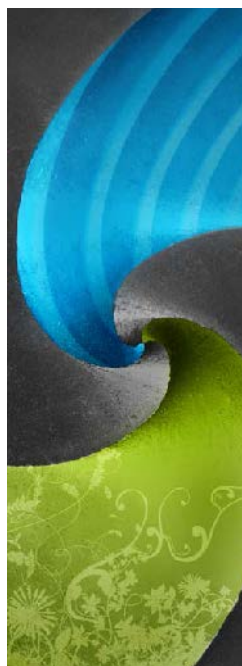
*" l'analyse mathématique semble être une faculté de la raison humaine destinée à suppléer à l'insuffisance des sens et à la brièveté de la vie . "*

Au moment où j'écris cette préface me parvient le dernier livre du physicien, Roland Omnès, dont la lecture exigeante et nourissante apporte un point de vue nouveau et important sur la nature des mathématiques. Le physisme , qu'il expose, établit la source de la vision mathématique dans les lois de la nature.

Ainsi *La révélation des lois de la nature* (c'est le titre du livre) est le fondement commun des sciences physiques et des mathématiques.



Souhaitons que cette brochure *Maths Nature Express*, coordonnée par le Comité International des Jeux Mathématiques, riche de la diversité apportée par la contribution de nombreux chercheurs, donne envie à ses lecteurs d'approfondir les liens étroits qui lient Nature et Mathématiques.



# La collection des minéraux

Jean-Claude Boulliard

## A la découverte d'une collection unique de minéraux.

Créée au début du XIX<sup>e</sup> siècle à la Sorbonne, la collection de minéraux de l'UPMC compte parmi les plus anciennes de Paris. Initialement destinée à l'enseignement, elle est vite devenue une mine de trésors pour les chercheurs spécialisés en minéralogie, en cristallographie, en physique et en chimie du solide, en optique cristalline et en synthèse de cristaux. Aujourd'hui, elle est encore utilisée dans ces disciplines mais également en écologie, en sciences de la vie, ou encore en sciences de la Terre et de l'Univers.

Dès 1969, en s'ouvrant au public, elle devient l'une des collections les plus remarquables au monde. Elle comporte 13 000 échantillons. Vous y découvrirez, dans 24 vitrines panoramiques, près de 1 500 chefs d'œuvre de la nature, classés

selon leur composition chimique et leur structure. D'une beauté rarissime, les minéraux que vous propose la collection constituent aussi de véritables bijoux pour les scientifiques. Pour celles et ceux qui souhaiteraient prolonger leur visite inoubliable, un CD-rom, où l'on retrouve 450 spécimens de la collection, est disponible.

La collection propose régulièrement des expositions temporaires et participe à des manifestations comme la Fête de la science ou la Nuit des musées, un moyen de découvrir ou redécouvrir ces trésors de la nature...

Collection de minéraux  
de l'Université Pierre et Marie Curie et de l'IMPMC  
4 place Jussieu  
75005 Paris  
01 44 27 52 88

Contact : [jean-claude.boulliard@upmc.fr](mailto:jean-claude.boulliard@upmc.fr)



© J. C. Boulliard

# La couleur des minéraux naturels

Jean-Claude Boulliard et Olivier Villain

## Des minéraux colorés

De tout temps, les minéraux colorés ont fasciné les hommes. Suscitant toujours autant d'admiration, ils sont aussi un sujet d'étonnement pour le scientifique qui les observe avec les techniques les plus modernes. En effet, si la couleur est l'une des propriétés les plus évidentes d'un minéral, ses origines peuvent se révéler complexes.

## Origines de la couleur

Un matériau cristallin est à la fois caractérisé par des propriétés de symétries qui définissent ses formes géométriques et par des propriétés électroniques, étroitement liées aux premières. Une des conséquences de la combinaison de ces caractéristiques peut être la couleur. Si l'on prend l'exemple des trois minéraux suivants : la cuprite :  $\text{Cu}_2\text{O}$ , le corindon :  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et le béryl :  $\text{Be}_3\text{Al}_2\text{Si}_6\text{O}_{18}$ , ils présentent des propriétés de symétrie et des propriétés électroniques complètement différentes mais présentent pourtant la même couleur, rouge.

De manière très étonnante, deux minéraux de même composition globale et structure cristalline peuvent quand même présenter une couleur différente ! C'est le cas du béryl pur qui est incolore mais peut être rouge ou vert (émeraude)... L'explication tient à la présence d'impuretés. Ainsi, le chrome donne la couleur verte de l'émeraude, ce qui la distingue d'un béryl *ordinaire*.



Cuprite du Royaume-Uni



Rubis de Russie (Corindon +  $\text{Cr}^{3+}$ )



Béryl rouge des Etats-Unis

© J. C. Boulliard, IMPMC

Mais le chrome donne aussi la couleur rouge du rubis. En effet, l'arrangement local des atomes au niveau de l'impureté ne présente pas la même géométrie dans le rubis et l'émeraude.

Ainsi, la composition globale de l'échantillon, la présence d'impuretés, la structure cristalline et la symétrie locale doivent être connues pour comprendre l'origine de la couleur d'un minéral donné.

# La couleur des verres

Olivier Villain

## Un domaine de recherche et des applications industrielles

La production de verre coloré remonte à la plus haute Antiquité et s'est poursuivie à travers le Moyen-âge (magnifiques vitraux des cathédrales !) jusqu'à l'époque moderne. Ainsi, de nombreuses colorations sont obtenues par les maîtres verriers et les industriels. Elles sont liées à la présence d'impuretés, volontairement (ou pas) introduites dans le verre fondu. Le plus souvent, il s'agit d'*éléments de transition*, c'est-à-dire de métaux comme le fer, le cuivre, le cobalt, le chrome, ou le manganèse. Tout l'art du verrier consiste à mélanger ces éléments dans les bonnes proportions et à trouver les conditions de synthèse adéquates (température et durée de fusion) pour obtenir les couleurs désirées.



Utilisation d'un four pour la synthèse des verres à l'IMPMC- © P.Kitmacher. UPMC

Dans le domaine de la coloration des verres, la recherche se poursuit de manière appliquée dans les laboratoires industriels et de manière fondamentale dans les laboratoires publics, comme à l'Institut de minéralogie et de physique des milieux condensés (IMPMC). Ces recherches s'appuient très souvent sur les études concernant la couleur des minéraux. En effet, la couleur des verres repose sur les mêmes principes que celle des minéraux. Pour étudier expérimentalement les verres, les chercheurs utilisent des techniques spectroscopiques.

A l'IMPMC, des équipes étudient l'influence de modifications du *degré d'oxydation* (\*) d'un élément donné sur la couleur des verres. Ainsi, ils ont observé que les verres au chrome (Cr) sont de couleur verte si le chrome est uniquement dans l'état d'oxydation III ( $\text{Cr}^{3+}$ ) alors que la présence de chrome dans l'état VI donne une coloration jaune (sur la photo dans l'encadré page suivante, les échantillons 1 et 2 ont même composition globale mais la présence de chrome VI dans le verre 2 est responsable d'une coloration tirant sur le jaune).

Cependant, pour un degré d'oxydation donné (par exemple le chrome III), des modifications quelque peu subtiles peuvent se produire dans l'environnement local de l'élément

(\*) Degré d'oxydation : il s'agit d'un nombre entier, positif ou négatif, représentant les électrons perdus ou gagnés par un élément dans un composé donné par rapport à l'atome neutre.

## La couleur des verres

(symétrie du site, distances du chrome avec les oxygènes par exemple), entraînant des conséquences visibles sur les propriétés spectroscopiques.

Le monde désordonné du verre, comme le monde cristallin des minéraux, présente encore de riches terrains d'exploration !

Institut de Minéralogie et de Physique des Milieux Condensés,  
Unité mixte de recherche (UPMC / CNRS / Paris 7 / IPGP)  
Campus Bouicaut - 140 rue de Loumel, 75015 Paris

### Contacts :

Olivier Villain, doctorant

olivier.villain@impmc.jussieu.fr

Jean-Claude Boulliard, directeur de la

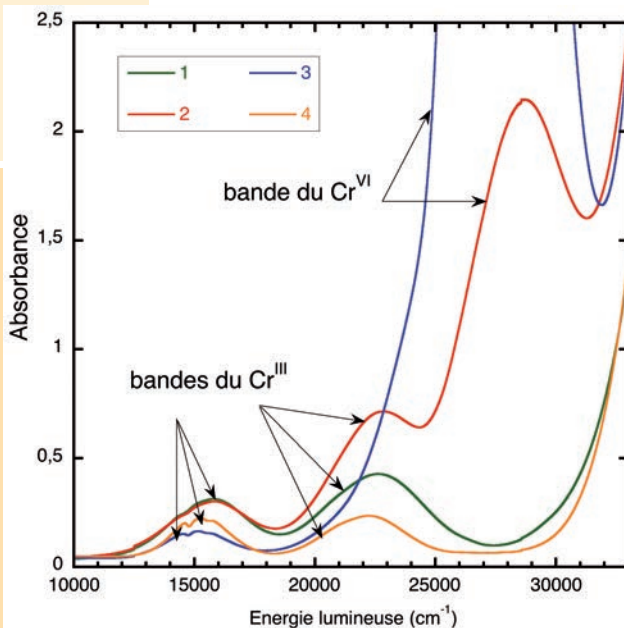
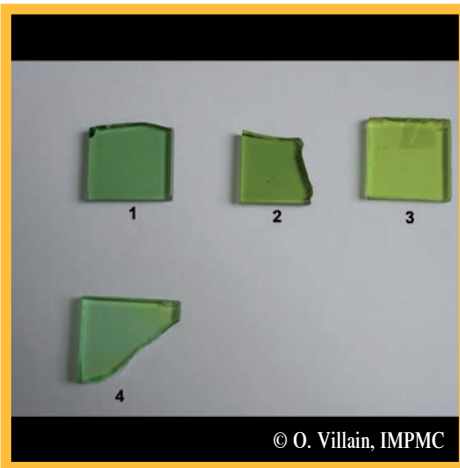
collection de minéraux de l'UPMC

jean-claude.boulliard@upmc.fr

### Exemple du chrome : Cr

Les échantillons 1, 2 et 3 montrent l'effet de la présence de chrome VI sur la couleur. Plus la teneur en chrome VI est importante, plus l'échantillon est jaune. Ainsi, l'échantillon 1 qui ne possède pas de chrome VI (bande caractéristique non visible sur le graphe) apparaît vert tandis que les échantillons 2 et 3, possédant du chrome VI (bande visible sur le

spectre), sont plus jaunes. De plus, l'observation du graphe nous permet de relier la couleur jaune à la quantité de chrome VI présente dans l'échantillon. En effet, l'absorbance étant une grandeur physique directement proportionnelle à la concentration en éléments colorants, on en déduit que l'échantillon 3 possède la plus forte teneur en chrome VI, d'où sa couleur très jaune. Les échantillons 1 et 4 comportent uniquement du chrome III, responsable de leur couleur verte mais n'ont pas la même composition globale, d'où les nuances observées sur le spectre et la couleur.





# Le quartz et l'homme

Bernard Capelle

## Le quartz et l'homme d'hier à aujourd'hui

Le quartz, appelé aussi cristal de roche, est l'une des formes cristallines de la silice (oxyde de silicium :  $\text{SiO}_2$ ) présente en grande quantité à la surface terrestre (16,2% de l'écorce terrestre). Ce matériau est lié depuis toujours à l'histoire de l'homme.

En effet, avant même d'être utilisé comme pierre décorative (normalement incolore, le quartz existe cependant sous différentes couleurs ; principalement : le violet (améthyste), le jaune (citrine), le rose ou le brun), les hommes l'utilisaient déjà, durant la préhistoire, pour confectionner leurs armes (pointe de flèche). Dans les civilisations primitives, on lui attribuait souvent des pouvoirs magiques ou thérapeutiques.

Dès l'Antiquité, les cristaux de quartz sont recherchés pour leurs formes géométriques et leur transparence. En Grèce, le quartz, considéré comme de la glace résultant d'un froid intense qui aurait figé éternellement une eau par un gel originel, était appelé *krystallos*.

L'intérêt des hommes pour le quartz s'est poursuivi au cours des siècles avec les découvertes de ses propriétés physiques comme la *biréfringence* (\*) dès la fin du 17<sup>e</sup> siècle. Au début du 19<sup>e</sup> siècle, la découverte de la polarisation relance l'intérêt du quartz

pour l'optique, mais c'est avec la découverte de la piézoélectricité (1880) par Jacques et Pierre Curie, que le quartz gagne réellement ses lettres de noblesse. Il est alors utilisé dans de multiples applications comme le sonar développé par Paul Langevin (à la fin de la première guerre mondiale) et aujourd'hui les montres, les téléphones, les thermomètres, les ordinateurs, le GPS...

La piézoélectricité est une propriété que présentent certains matériaux cristallins et en particulier le quartz, s'illustrant par l'apparition d'une charge électrique sur certaines faces du cristal lorsque l'on appuie sur certaines autres faces. Réciproquement, l'application d'un champ électrique peut, suivant l'orientation de l'échantillon, entraîner sa déformation. Le type de déformation observée est aussi fonction de l'orientation et de la forme de l'échantillon : cela peut être un changement d'épaisseur, un cisaillement, une torsion... Dans le cas d'un changement d'épaisseur par exemple, on observera une contraction pour l'application d'un champ électrique dans un sens et une dilatation pour le sens opposé, l'application d'un champ alternatif générera une vibration de l'échantillon.

(\*) Biréfringence : Dans un milieu biréfringent, l'indice de réfraction n'est pas unique, il dépend des directions de propagation et de polarisation du rayon lumineux.

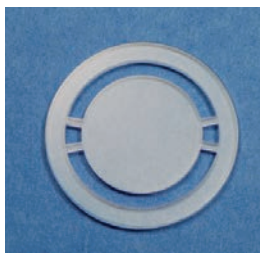
## Le Quartz et l'Homme

On obtient dans ce cas un résonateur dont la fréquence de vibration est celle du champ alternatif.



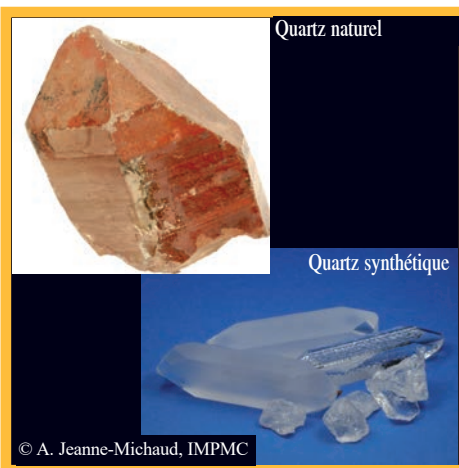
Résonateur  
ancienne génération

© A. Jeanne-Michaud,  
IMPMC



Résonateur  
nouvelle génération

Or, tout objet possède des fréquences propres et répond à des sollicitations correspondant à l'une de ces fréquences de façon très importante, on dit alors que l'objet entre en résonance. C'est ce phénomène qui est à l'origine d'accident spectaculaire comme la destruction d'un pont suspendu sous l'action de rafales de vent dont la fréquence est l'une des fréquences propres du pont. Si, pour un résonateur en quartz, la fréquence de l'excitation est l'une de ses fréquences propres, il entre en résonance et sa fréquence de vibration a alors une valeur très précise qui



dépend de nombreux paramètres comme l'orientation du cristal, ses dimensions géométriques, la température ou la pression. On utilise ces phénomènes pour différentes applications : la fréquence très précise servira comme base de temps (montre) ; les influences de la température et de la pression sur la fréquence permettront de fabriquer des thermomètres très précis ou des capteurs de pression en mesurant la variation de fréquence liée à une variation de ces paramètres.

Aujourd'hui, les applications du quartz sont telles qu'on n'utilise pratiquement plus de quartz naturel. Les industries utilisent du quartz synthétique, fabriqué à partir de cristaux naturels, car il est ainsi possible de mieux contrôler leur qualité.

Institut de Minéralogie et de Physique des Milieux Condensés,  
Unité mixte de recherche (UPMC / CNRS / Paris 7 / IPGP)  
Campus Boucicaut - 140 rue de Lourmel, 75015 Paris  
Contact : Bernard Capelle,  
directeur de recherche au CNRS  
bernard.capelle@impmc.jussieu.fr

# La radioactivité

Sébastien Descotes-Genon

**La radioactivité est partout ! Dans certaines roches, dans l'air que nous respirons, dans notre nourriture, et même dans les tissus des êtres vivants, on peut trouver des atomes radioactifs, qui se désintègrent spontanément en émettant des rayonnements plus ou moins énergétiques. Comprendre la radioactivité a été une des grandes aventures de la physique du vingtième siècle, une aventure où les mathématiques ont aussi leur place !**

## Une découverte de hasard

La découverte des rayons X en 1895 attire l'attention du physicien Henri Becquerel. Il pense pouvoir les étudier de la manière suivante : il dépose des sels d'uranium sur des plaques photographiques enveloppées dans du papier noir, il expose le tout au soleil puis il développe les plaques. Les photographies révèlent l'image des sels d'uranium. Becquerel croit que l'énergie solaire est absorbée par l'uranium avant d'être réémise sous forme de rayons X. Il a complètement tort, mais la chance lui donne un coup de pouce inattendu.



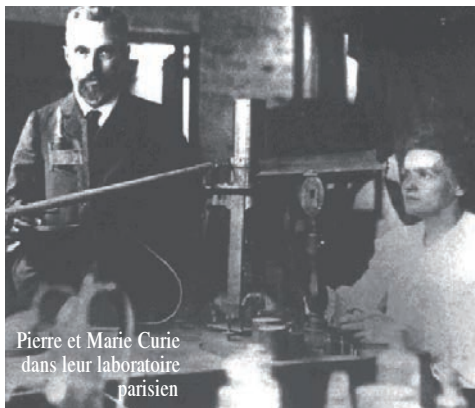
Henri Becquerel

Les 26 et 27 février 1896, le temps est couvert sur Paris. Becquerel renonce à ses expériences et range ses plaques photographiques imprégnées de sels d'uranium dans un placard. Le 1<sup>er</sup> mars, il les ressort et décide, par acquis de conscience, de les développer bien qu'il s'attende à les trouver vierges. À sa grande surprise, les plaques sont quand même impressionnées. En l'absence de source d'énergie extérieure (comme le soleil), une substance inerte se montre capable d'émettre des rayons qui traversent le papier mais qui sont arrêtés par le métal. Becquerel vient de découvrir la radioactivité, c'est-à-dire l'émission spontanée de radiation par un matériau. On connaît aujourd'hui trois formes de radioactivité, appelées  $\alpha$  (*alpha*, émission de noyaux d'hélium),  $\beta$  (*bêta*, émission d'électrons) et  $\gamma$  (*gamma*, émission de photons).

En 1898, Pierre et Marie Curie découvrent des éléments radioactifs naturels jusque-là inconnus, le polonium puis le radium. Par ailleurs, le physicien britannique Ernest Rutherford découvre que la radioactivité est associée à un phénomène de transmutation : en se désintégrant, un noyau devient un autre élément chimique, plus léger. Dès 1919, il réalise la première transmutation artificielle : en bombardant des noyaux d'azote avec des noyaux d'hélium, il obtient de l'oxygène.

## La radioactivité

En 1934, Irène et Frédéric Joliot-Curie bombardent une feuille d'aluminium avec des particules alpha et obtiennent du phosphore radioactif, un élément



Pierre et Marie Curie  
dans leur laboratoire  
parisien

qui n'existe pas dans la nature ! Avec la radioactivité artificielle, les Joliot-Curie franchissent un pas supplémentaire de *l'alchimie nucléaire* en contrôlant la création de noyaux radioactifs. Ils démontrent également qu'on peut susciter des chaînes de désintégrations successives dans certains minerais radioactifs.

Ces *réactions en chaîne* peuvent fournir une quantité considérable d'énergie, ce qui sera rapidement exploité pour des applications militaires (bombe atomique) et civiles (centrales nucléaires).



Minéral d'uranium

## Vie et mort d'un noyau radioactif

Supposons que nous ayons préparé un certain nombre de noyaux d'une substance radioactive. Ces noyaux vont progressivement se désintégrer. Mais comment leur nombre évoluera-t-il au cours du temps ?

Un noyau radioactif n'a pas d'âge. Dès lors, la probabilité pour un noyau de se désintégrer pendant un certain laps de temps,  $t$ , est indépendante du fait que le noyau vienne juste d'être produit ou bien qu'il existe déjà depuis un temps quelconque :

Ce comportement correspond à la définition d'une *loi exponentielle* et le nombre de noyaux radioactifs présents à l'instant  $T$  s'écrit :

Le paramètre  $t$  est appelé durée de vie de la substance radioactive. Lorsque le temps écoulé atteint 5 fois  $t$ , il reste moins de 1% des noyaux initiaux. Si on double cette période ( $T = 10 t$ ), seule une très faible fraction des noyaux ne s'est pas encore désintégrée, de l'ordre de 5 parmi 100 000 !

L'instant de désintégration d'un noyau radioactif particulier peut être très variable : si la majorité (63%) des noyaux vont disparaître au bout d'un temps inférieur à leur durée de vie, certains, en nombre beaucoup plus restreint, auront une vie bien plus longue. Il existe donc une grande différence entre la durée de vie d'une personne et celle d'un noyau radioactif. Supposons par exemple que ces deux durées de vie (moyennes) sont de 80

## La radioactivité

ans. Alors que très peu de personnes seront décédées avant 50 ans, environ 40% des noyaux auront déjà disparu. Par contre, alors qu'il n'y aura quasiment plus d'êtres humains au-delà de 120 ans, il restera un peu plus de 20% des noyaux au bout de cette durée.

### Combien de millions d'années avez-vous ?

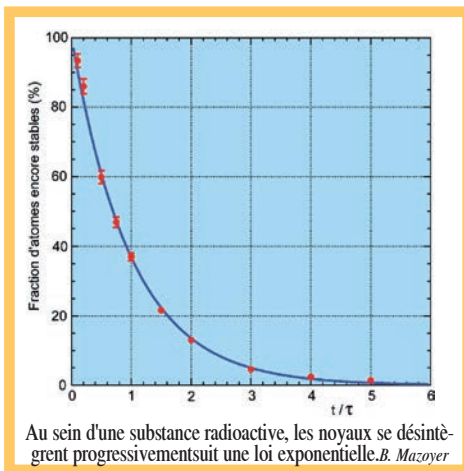
Par leur évolution caractéristique au fil du temps, les éléments radioactifs sont utilisés à la manière de sabliers par les archéologues ou les géologues.

Le carbone est très répandu dans notre environnement et constitue un élément fondamental des molécules qui constituent les organismes vivants. Il est constitué principalement de carbone 12, qui est stable, et d'une très faible proportion de carbone 14 qui est radioactif avec une durée de vie de près de six mille ans. Par ses divers échanges avec l'environnement (respiration, photosynthèse, alimentation), un être vivant conserve un rapport stable entre les quantités de carbone 14 et de carbone 12.

Mais, dès qu'il meurt, le carbone 14 qu'il contient n'est plus renouvelé et sa proportion se met peu à peu à diminuer.



Peinture rupestre de la grotte de Lascaux



Le rapport carbone 14 sur carbone 12 permet donc de connaître la date de la mort d'un organisme.

C'est ainsi que l'on a pu dater les peintures rupestres de la grotte de Lascaux grâce aux pigments végétaux qui les constituent. La datation au carbone 14 permet de remonter jusqu'à trente ou quarante mille ans dans le passé.

En utilisant d'autres éléments radioactifs, on peut également dater l'âge de roches, de coraux, de laves volcaniques. Ainsi, l'uranium 208, d'une durée de vie de 4,47 milliards d'années, possède une chaîne de désintégration qui aboutit au plomb 206. On peut déterminer l'âge des roches anciennes avec le rapport plomb 206 sur uranium 238, à condition de connaître la quantité de plomb présente à l'origine : plus il y a de plomb, plus la roche est vieille. C'est grâce à l'uranium 238 qu'on peut aujourd'hui affirmer que la Terre est âgée d'environ 4,55 milliards d'années...

Sébastien Descotes-Genon

elementaire.lal.in2p3.fr

# Les glaces de mer

Marie-Noëlle Houssais

Que les glaces de mer soient issues de la congélation des océans n'a pas toujours été une évidence. En ce milieu du 18<sup>e</sup> siècle, Buffon lui-même niait toute capacité à geler de l'eau de mer, voyant la source des glaces dans les apports fluviaux des continents. Une haute mer sans aucune glace devait exister à l'approche du pôle.

Longtemps il a été question de combattre ce milieu hostile plutôt que de le comprendre. Il faudra attendre le 19<sup>e</sup> siècle avec le voyage du Fram en Arctique pour que, de l'ère de l'exploration on passe à celle de l'expédition scientifique. A bord du Fram, un explorateur norvégien de renom : Fridtjof Nansen. Depuis la découverte en 1884 des débris de l'épave de la Jeannette transportés à des milliers de kilomètres du lieu de son naufrage, on se doutait que les glaces n'étaient pas immobiles et qu'un grand courant devait traverser l'océan Glacial Arctique. Nansen amène le Fram à se faire prendre dans les glaces et le laisse dériver au gré des vents et des courants. De cette expédition sortira une théorie majeure de l'océanographie, la théorie d'Ekman, expliquant l'effet du vent sur les courants de surface.

## Les forces en présence.

D'après les observations de Nansen, les glaces qui enserrent le Fram ne dérivent pas dans le lit du vent mais plutôt à droite du vent, dans une direction faisant un angle de 20 à 40° avec ce dernier. Il explique ce résultat surprenant par les effets de la rotation terrestre et attribue

d'emblée les effets observés à l'action conjuguée de trois forces en présence : la force de Coriolis, la force du gradient de pression et le frottement. En 1835, Coriolis a mis en évidence, pour un mouvement dans un repère tournant, une accélération secondaire (c'est-à-dire dont l'existence est subordonnée à ce mouvement), dite *accélération de Coriolis*, qui contribue à dévier (vers la droite dans l'hémisphère Nord, vers la gauche dans l'hémisphère Sud) le mouvement sans changer l'intensité de sa vitesse. Dans le cas de l'océan de surface, il faut prendre en compte l'effet des forces de frottement dues au vent. On sait maintenant que ces forces ne s'exercent que sur une couche de quelques dizaines de mètres d'épaisseur dont la dynamique est cruciale pour la transmission d'énergie de la surface vers l'intérieur du fluide. Mais lorsque Fridtjof Nansen observe la dérive capricieuse du Fram, ces notions de *couche limite* sont encore inconnues. Il confie la démonstration mathématique de la structure du mouvement au célèbre Wilhelm Bjerknes, alors professeur à l'Université de Stockholm, qui soumet le problème à l'un de ses étudiants, Vagn Walfrid Ekman. L'histoire raconte qu'Ekman en vint à bout en l'espace d'une nuit. Il suppose que la dérive des glaces de mer peut être traitée comme la réponse d'un courant de surface à l'action du vent. Il a de plus l'idée d'appliquer le modèle de viscosité turbulente qui exprime les forces de frottement à partir d'un coefficient de viscosité turbu-

lente et du cisaillement vertical du courant moyen. La théorie d'Ekman montre ainsi que le vent exerce son influence sur une couche de surface dont l'épaisseur est fonction de la latitude et de la viscosité de l'océan mais que, quelque soit cette épaisseur, le transport de masse intégré sur la totalité de la couche est toujours dirigé à 90° à droite du vent dans l'hémisphère Nord et ne dépend pas de la valeur de la viscosité.

**Indicateurs de la dynamique océanique, les glaces de mer sont aussi des indicateurs très précieux de la variabilité climatique.** Couvrant à peine 25 millions de km<sup>2</sup> au maximum de leur étendue, en fin d'hiver austral, d'une épaisseur moyenne de l'ordre du mètre, elles pèsent pourtant peu dans l'inertie du système climatique au regard des calottes glaciaires. Mais il suffit de regarder les prévisions des modèles climatiques du Groupe d'Experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat pour se convaincre de leur importance.

**L'océan Arctique pourrait devenir libre de glace en été d'ici quelques décennies !** On savait déjà que l'étendue des glaces arctiques accusait une diminution persistante de 3 à 4 % par décennie depuis le milieu du 20<sup>e</sup> siècle et que l'épaisseur des glaces sur un large domaine de l'Arctique avait subi un amincissement de 40% entre les années 60 et les années 90. Les mesures satellitaires disponibles depuis les années 70 ont montré que la diminution d'étendue la plus forte concernait les glaces poliannuelles subsistant en été et que le

signal s'était accéléré récemment avec la perte de 1.5 millions de km<sup>2</sup> entre 2006 et 2007. Cette accélération doit être imputée en grande partie au fort pouvoir réfléchissant de la glace qui, blanche, réfléchit de 50 à 80 % du rayonnement solaire. L'océan, bleu, ne réfléchit que 15 à 20 % de cette énergie. Lorsque la glace fond et que la proportion d'eau libre augmente, le pouvoir réfléchissant de la surface diminue et la quantité d'énergie solaire absorbée augmente, amplifiant le réchauffement de la surface et la fonte de glace. Cette rétroaction positive, à laquelle participe aussi l'effet des nuages, confère aux glaces de mer un rôle d'amplificateur des fluctuations climatiques. Ainsi, de témoin du réchauffement climatique, elles en deviennent un acteur. La mise en évidence la plus claire de ces emballements du système climatique liés aux glaces est certainement l'augmentation de la température aux pôles qui, sur la période récente, est double de celle observée en moyenne sur le globe.

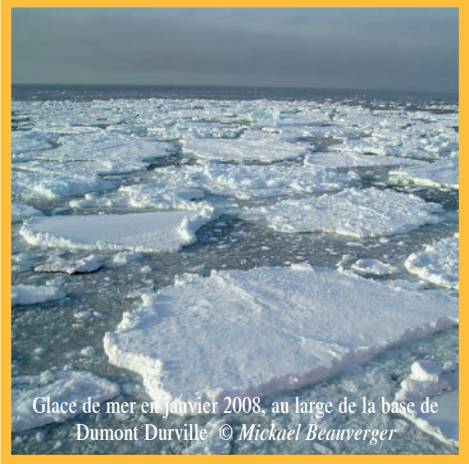
**Pourtant, les glaces de mer possèdent leurs propres ressorts.** La croissance de glace est un phénomène amorti : plus la glace est épaisse plus sa croissance est lente et, inversement, plus elle est mince (notamment en fin d'été), plus sa croissance (en automne) sera importante. Ainsi, jusque récemment, la banquise hivernale se reconstruisait en dépit des diminutions estivales. Cette compensation saisonnière semble néanmoins avoir marqué le pas puisqu'en 2005 et 2006, la banquise hivernale a connu pour la première fois une brusque diminution. Contrairement aux calottes glaciaires, formées au cours des millénaires par une accumulation lente mais persistante de précipitations neigeuses,

## Les glaces de mer

les glaces de mer ont la mémoire courte. Pour moitié d'entre elles en Arctique et presque la totalité autour du continent antarctique, la fonte estivale tend à effacer chaque été les effets de la congélation hivernale. Pourtant leur influence sur le climat s'exerce à plus long terme au travers d'interactions avec l'océan. Au contraire des glaces terrestres, l'enjeu d'une fonte de la banquise arctique n'est pas l'augmentation du niveau des mers (un glaçon fondant dans un liquide ne fait pas augmenter le niveau de ce liquide). Il est dans la modification de la circulation océanique dont l'un des moteurs essentiels est la formation d'eau dense dans les régions polaires. Ce processus de *convection*, résultat de la déstabilisation des eaux de surface sous l'effet du refroidissement, contrôle la branche profonde de la circulation dite *thermohaline*.

### La circulation thermohaline

Dans les régions polaires, les pertes de chaleur de l'océan vers l'atmosphère, et donc la convection, sont limitées par l'effet isolant de la glace. Par contre, la congélation tend à renforcer la convection par l'expulsion de la majorité des sels en solution dans l'eau de mer, sous forme de saumures déposées dans la couche de surface. La glace de mer est ainsi environ dix fois moins salée que l'eau de mer dont elle est issue. Cette propriété est depuis longtemps exploitée par les populations Inuits qui utilisent la banquise comme source d'eau *douce* pour leur consommation. Du point de vue de l'océanographe, on a là un lien indissociable entre la formation-fonte des glaces de mer et le renouvellement des



Glace de mer en janvier 2008, au large de la base de Dumont Duville © Mickael Beauverger

eaux profondes de l'océan. En période de croissance, on forme ainsi sur les plateaux arctiques et antarctiques des eaux denses très salées qui plongent le long du talus continental et viennent alimenter la circulation profonde océanique. A l'inverse, une fonte excessive des glaces marines abaisse la salinité des couches de surface océaniques, stabilise la colonne d'eau et tend à réduire la formation d'eau profonde.

**La circulation thermohaline océanique est le gardien de l'équilibre thermique de la planète**, notamment parce qu'elle transporte l'énergie reçue du Soleil depuis les tropiques vers les pôles. En ce sens, elle se positionne aussi comme un contrôleur essentiel du maintien des banquises polaires. Ainsi, si la fonte des glaces de mer a le potentiel de ralentir la circulation thermohaline océanique, elle devra subir elle-même les effets de ce ralentissement : moins de chaleur aux pôles signifie une banquise plus étendue. **Le couple océan-glace de mer n'a pas fini de faire parler de lui.**

Marie-Noëlle Houssais.

LOCEAN, Unite Mixte de Recherche CNRS/UPMC / IRD / MNHN, Paris



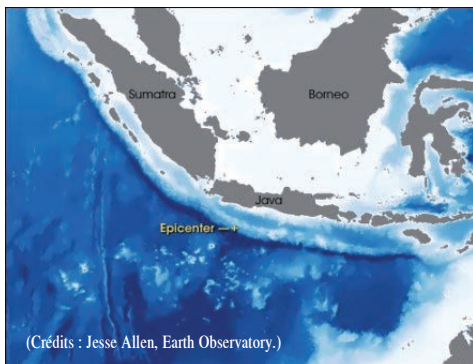
# Les tsunamis

Frédéric Dias

**Les tsunamis, ces ondes marines qui provoquent de gigantesques murs d'eau dévastateurs, restent encore méconnus. Même si l'on tend vers une modélisation mathématique globale du phénomène, sa prédiction est à ce jour difficilement réalisable.**

Les tsunamis, grandes ondes marines que le langage courant désigne par *raz de marée*, sont parmi les phénomènes physiques les plus spectaculaires. Tous les peuples vivant près des mers ont des histoires, des traditions et des légendes qui s'y rapportent. Depuis le début des années 1990, on a constaté un regain de ces phénomènes qui a culminé avec le méga-tsunami du 26 décembre 2004 et qui continue. On en compte en moyenne un par an. Le dernier tsunami meurtrier remonte au 17 juillet 2006. Il frappa Java, tuant plus de 600 personnes.

Trois phases distinctes caractérisent un tsunami : son déclenchement, sa propagation et son déferlement.



(Crédits : Jesse Allen, Earth Observatory.)

## Le déclenchement

A l'origine du phénomène, on trouve le plus souvent une dislocation rapide des fonds marins suite à un tremblement de terre, ou parfois un glissement de terrain sous-marin. Une éruption volcanique ou l'effondrement d'une falaise peuvent aussi en être la cause (1). Lors de son déclenchement suite à un tremblement de terre sous-marin, un tsunami a souvent la forme d'un N, de telle sorte que l'arrivée d'un tsunami est parfois précédée par un abaissement du niveau de l'eau, voire une disparition temporaire de l'eau, comme lors du tsunami du 26 décembre 2004 sur les côtes thaïlandaises ou indonésiennes.

## La propagation

Parce qu'elle trouve son origine dans un événement brutal, l'onde qui se propage a des caractéristiques très différentes de celles des ondes qui sont générées par le vent puis se regroupent pour former la houle. Et elle n'a a priori rien à voir non plus avec les vagues scélérates (*freak waves* en anglais), ces vagues géantes qui surgissent en pleine mer, même en l'absence de vent, et dont l'origine reste encore mystérieuse (1). Pour fixer les idées, un tsunami peut avoir une période d'une demi-heure et une longueur d'onde dépassant 100 kilomètres, tandis que la houle a une période typique de 15 secondes et une longueur d'onde de 350 mètres. Pour analyser la propagation d'une onde, le rapport entre la profondeur de l'eau et la longueur

d'onde est à l'évidence un paramètre important. Dans l'océan Pacifique, là où la profondeur moyenne est de 4000 mètres, ce paramètre est de l'ordre de 12 pour la houle et de 0,04 pour un tsunami qui, de façon contre intuitive, correspond donc à un modèle d'onde en eau peu profonde. D'un point de vue physique, un tsunami peut être approximativement considéré comme une onde non dispersive : cette appellation provient du fait que sa vitesse ( $v$ ) ne dépend que de l'accélération due à la gravité ( $g = 9,8\text{m/s}^2$ ) et de la profondeur de l'eau ( $h$ ).

La formule est simple  $v = \sqrt{gh}$  ; une application numérique fournit une vitesse d'environ 200 m/s, c'est-à-dire plus de 700 km/h !

### Le déferlement

C'est la phase de déferlement, c'est-à-dire de repliement de l'onde sur elle-même, suivie de l'inondation, qui intéresse évidemment au premier chef les organismes responsables de donner l'alerte, voire les concepteurs de structures capables d'absorber l'énergie du tsunami. Mais pour les chercheurs, il est indispensable d'étudier l'ensemble du phénomène.

### Quels sont les enjeux scientifiques, ou comment décrire les trois phases du phénomène ?

Le rêve du mathématicien serait bien sûr de pouvoir écrire un code de calcul global qui décrive précisément les trois phases à la fois. Pour l'instant, les codes ne sont cependant spécialisés que pour

l'une ou l'autre des phases, essentiellement car les échelles sont différentes. La première est la plus difficile à modéliser car les résultats expérimentaux et les données sont très limités. L'objectif est de pouvoir décrire une déformation du fond sous-marin et d'en déduire la déformation initiale de la surface de l'eau (2). Mais comment représenter de façon précise la géométrie du fond et la dynamique de la rupture ou du glissement, qui sont malheureusement souvent inconnues, ainsi que les interactions non-linéaires entre le mouvement du fond et la surface de l'eau ? En particulier, les accélérations verticales, négligées dans les modèles classiques de type onde longue, jouent certainement un rôle important dans le déclenchement du tsunami. En principe, il faut alors passer aux équations complètes de la mécanique des fluides en présence de surface libre, à savoir les équations de Navier-Stokes ou, à la rigueur, les équations d'Euler dans lesquelles les effets de la dissipation visqueuse sont négligés. A l'heure actuelle, quelques programmes sont disponibles pour effectuer cette tâche mais, les paramètres étant trop nombreux et le temps de calcul trop long, ils sont d'une utilité toute relative.

La phase de propagation est celle qui a été la plus étudiée mais elle reste encore difficile à modéliser même si de grands progrès ont été effectués récemment. La grande majorité des codes de calcul repose sur des modèles en eau peu profonde de type Saint-Venant ou Boussinesq. On peut dire grossièrement que dans ces modèles les variations selon la verticale sont négligées : les

## Les tsunamis

équations sont intégrées selon la direction verticale, ce qui réduit d'une unité le nombre de dimensions du problème. De fait, comme les tsunamis se propagent sur de grandes distances, il est difficilement envisageable de modéliser la phase de propagation en utilisant les équations de Navier-Stokes. Le coût en heures de calcul serait prohibitif.

Quant à la phase de *déferlement / inondation*, certains modèles permettent de prédire jusqu'où et à quelle hauteur le tsunami va se propager à l'intérieur des terres. S'il ne rencontre pas d'obstacle, il peut pénétrer sur plusieurs centaines de mètres, voire plus. Sur la longueur et la hauteur de pénétration, les résultats peuvent facilement varier d'un facteur 5 à 10. Les scientifiques qui travaillent sur les tsunamis s'accordent pour reconnaître que les résultats sont très sensibles à la condition initiale utilisée dans le code de *propagation / déferlement*. La phase de modélisation du déclenchement du tsunami est donc cruciale. Or, peu de données sont disponibles même si le méga-tsunami de l'océan Indien a fourni des données inespérées.



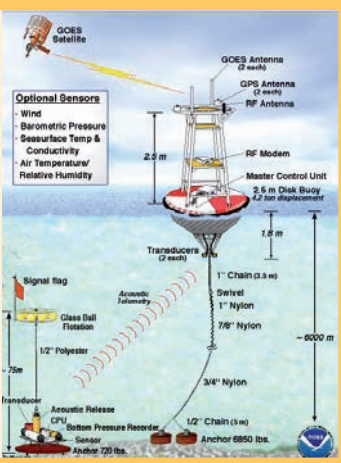
mascaret puissant sur une rivière de Chine - JP Petit

**Un des enjeux est celui de l'amélioration des prédictions en temps réel.**

Il s'agit de concevoir de meilleures méthodes pour obtenir de façon précise la magnitude du tremblement de terre,

### Système de repérage des tsunamis

La mesure de pression dans les fonds marin (BPR) permettant de détecter des tsunamis de 1 cm, est transmise à une bouée de surface en liaison avec un satellite GOES et des stations de surveillance au sol



mettre moins de temps pour déduire des données sismiques des informations sur la source, puis les insérer comme condition initiale dans le code d'hydrodynamique, faire propager la vague jusqu'aux côtes en un quart d'heure de temps de calcul, transmettre de façon plus efficace l'information aux organismes compétents et donner l'alerte à temps.

Les spécialistes en la matière ont donc du travail sur la planche avant que l'on puisse prédire de façon satisfaisante ces phénomènes !

Frédéric Dias

Article publié dans La Recherche HS Mathématiques décembre 2007

### Pour en savoir (un peu) plus

#### La Recherche a publié :

(1) Ph. Heinrich et al.,

" Modéliser un raz de marée créé par un volcan ",

La Recherche, mars 1999.

(1) M. Olagnon, Pour la Science, 280, 14, 2001.

(2) C. Synolakis et al., Science, 278, 598, 1997.

E. Okal, La Recherche, 393, janvier 2006

E. Geist, V. Titov, C. Synolakis, Scientific American, 294(1), janvier 2006, p56-63

Numéro special du European Journal of Mechanics

B/Fluids, September-october 2006, Rogue waves

Sites internet:

<http://nctr.pmel.noaa.gov/>

<http://www.jma.go.jp/en/tsunami/>

# Les vagues scélérates

Les nouvelles d'Iframer

**Les vagues scélérates : une concentration imprévisible d'énergie. Ni tsunami, ni mascaret, les vagues scélérates constituent des phénomènes dangereux pour les marins naviguant au mauvais endroit, au mauvais moment. Des pistes d'explications existent, mais l'anticipation demeure impossible.**

Totalement démesurées par rapport aux conditions de mer qui règnent lorsqu'elles surviennent, impossibles à prévoir, les vagues dites scélérates sont redoutables. Ce caractère imprévisible explique la tardive reconnaissance de leur existence. Longtemps, un certain scepticisme entourait ce phénomène qui offrait aux marins une excuse pour dissimuler des causes de naufrages moins avouables...

Leur étude demeure néanmoins difficile. Elles sont rares et les moyens de mesurer une vague scélérate ne sont qu'exceptionnellement présents sur un navire lorsqu'elles surgissent. Sans compter le manque de fiabilité des instruments de mesure en conditions extrêmes.

## Un phénomène spécifique

Les vagues scélérates ne sont ni des raz-de-marée (tsunamis) ni des mascarets ou d'autres phénomènes de ce type. Ceux-ci sont prévisibles au moins à très court terme, leurs mécanismes ont été élucidés depuis plusieurs années. Contrairement aux vagues scélérates, ils ne doivent rien à l'effet du vent sur la surface de la mer.

Les raz-de-marée ont une origine sismique, le plus souvent un glissement de terrain sous-marin. Dans ce cas, l'ébranlement concerne toute la colonne d'eau. Il se propage alors comme une onde solitaire d'une longueur d'onde infinie. La vague semble se déplacer d'un bloc. On l'appelle onde solitaire, mais le phénomène est généralement constitué d'une succession de vagues. Au large, l'amplitude du raz-de-marée se mesure en centimètres et il n'est pas ressenti. En revanche, lorsque les fonds remontent, l'énergie passe au travers d'une section de plus en plus faible. Le frottement sur le fond fait un *croche-pied* à la vague. Celle-ci enfle, se cambre et peut même déferler. Si les raz-de-marée font encore aujourd'hui de nombreuses victimes, le phénomène de mascaret tend lui à se raréfier grâce aux



travaux d'aménagement dans de nombreux grands estuaires. Mais dans certaines embouchures de fleuves, l'onde de marée, ralentie par la faible profondeur, voit ses composantes s'empiler. Elle peut alors se transformer en une vague visible et déferler. Prévisible, l'amplitude du mascaret est néanmoins affectée par différents facteurs : surcote de marée due au vent, période d'étiage prononcé, coefficient de marée...

## Les vagues scélérates

### Des pistes d'explication

Les vagues scélérates sont, quant à elles, générées par la combinaison de trains d'ondes dûs au vent. Mais contrairement aux vagues classiques, elles concentrent une proportion inattendue d'une énergie qui aurait dû se disperser. Localisé dans l'espace et le temps, le phénomène échappe à la perception de l'état de la mer en termes de statistiques et d'estimation de la hauteur probable des plus grandes vagues. Une vague scélérate se caractérise par sa hauteur *crête-creux*, deux fois supérieure à la hauteur significative de l'état de la mer ; ou par l'élévation atteinte par la crête au-dessus du niveau moyen, 1,1 à 1,25 fois supérieure à la hauteur significative crête-creux. Elles se produisent plus fréquemment dans les forts états de mer. Les scientifiques formulent l'hypothèse de *jeunes vagues* générées dans un état de mer en croissance (ou proche de son paroxysme), de plus en plus hautes, fortes et rapides. Elles rattrapent alors les vagues déjà produites par la tempête et finissent par *s'empiler* simultanément au même endroit.

Apparemment lié aux vents violents, le phénomène survient pourtant parfois au cours d'accalmies. Une hypothèse considère que le déferlement induit par le vent limite l'élévation des vagues en dissipant l'énergie. Sa chute soudaine fait disparaître ce frein et laisse enfler démesurément certaines vagues. Certaines théories reposent enfin sur la propagation de vagues organisées en groupes qui se comportent de manière autonome. Leur combinaison et leur



Reconstitution de la vague scélérate du 1er janvier 1995 par le Centre Européen de Réalité Virtuelle (CERV) de Brest, grâce à son logiciel IPAS. M. Parenthoen

interaction, suivant les équations complexes de la mécanique ondulatoire, répartissent l'énergie entre plusieurs d'entre elles ou au contraire la concentrent sur une seule qui aspire ses voisines.

La limite de ces modèles, cohérents et réalistes ? Ils n'ont été jusqu'à présent validés qu'en laboratoire... L'observation in situ reste particulièrement aléatoire et dangereuse !

### Qu'est-ce qu'une vague ?

Les vagues sont créées par la combinaison de trains d'ondes dûs au vent. Elles se propagent pendant quatre à cinq jours, traversent les océans avant de rencontrer une côte ou s'atténuer jusqu'à disparaître. Les vagues en provenance d'une autre région (la houle) peuvent aussi se combiner avec celles générées par le vent local. L'état de mer ainsi constitué, est doté d'une énergie relativement uniforme pendant un certain temps et sur un certain espace. Les vagues se propagent d'autant plus vite que leur longueur d'onde est grande.

### Pour en savoir un peu plus

Michel Olagnon - Ifremer Brest  
<http://www.ifremer.fr/ert/activites/>

# La turbulence

Marie Farge et Marie José Pestel

## Quand, comment et pourquoi s'est-on préoccupé de turbulence ?

Le mot de *turbulence* est très récent, il a été introduit par Taylor et Von Karman au 20<sup>e</sup> siècle qui le définissent comme *un mouvement irrégulier qui apparaît dans les fluides, gazeux ou liquides, quand ceux-ci rencontrent des surfaces solides ou même quand des courants du même fluide se rencontrent*. Ils établissent les premières théories de la turbulence.

Bien avant eux, en fait depuis que l'homme cherche à comprendre la nature des choses, l'esprit humain préfère les choses bien ordonnées aux choses confuses. Spinoza disait déjà, dans l'appendice de la première partie de l'Éthique :

*" Comme ceux qui ne comprennent pas la nature des choses sont incapables de rien affirmer sur elles, mais les imaginent seulement et prennent l'imagination pour l'entendement, ils croient donc fermement qu'il y a de l'ordre dans les choses, ignorants qu'ils sont et de la nature des choses et de la leur propre... Et comme les choses que nous pouvons imaginer facilement nous sont plus agréables que les autres, les hommes préfèrent donc l'ordre à la confusion, comme si, en dehors de l'imagination, l'ordre était quelque chose dans la nature "*.

Pourtant les phénomènes où la confusion et la complexité règnent s'imposent à l'homme ; non seulement à l'ingénieur qui veut construire un pont et doit

chercher la forme qui résiste le mieux à l'écoulement, mais aussi aux philosophes car l'observation du *chaos* et des *écoulements turbulents* a servi à fonder certaines métaphysiques. Ainsi chez Lucrèce (98-55 avJC), physique et philosophie reposent sur la rencontre désordonnée des atomes : *Si, par leur déclinaison, les atomes ne provoquent pas un mouvement qui rompe les lois de la fatalité et qui empêche que les causes ne se succèdent à l'infini, d'où vient donc cette liberté accordée sur terre aux être vivants ?*

Quelques siècles plus tard, chez Descartes, dans son ouvrage *Le monde ou un traité sur la lumière*, on constate une résurgence des idées de Lucrèce. L'ensemble des mouvements et les collisions entre les particules fluides qui composent son *plenum* (univers plein) donnent naissance à des tourbillons qui entraînent les planètes dans leur course, le mouvement au centre des tourbillons étant supposé produire la lumière des étoiles !

A la Renaissance, l'homme épris d'universalité qu'était Léonard de Vinci, tout à la fois artiste et ingénieur, s'est trouvé aux prises avec des problèmes de mécanique des fluides : non seulement pour représenter flots, nuages et fumées, mais aussi pour prédire, jets, tourbillons et écoulement des fleuves, et surtout pour tenter de résoudre ce rêve éternel : *voler* ou au moins *construire une machine volante*.

A ce sujet il est intéressant de noter

## La turbulence

Croquis de tourbillons par Léonard de Vinci



qu'au 18<sup>e</sup> siècle, l'étude des écoulements devient un problème de mécanicien.

Parmi les *physiciens-mathématiciens* qui se préoccupent de mécanique des fluides on trouve les grands noms de l'époque : Euler, d'Alembert, les Bernoulli, puis Lagrange et Laplace. Pour la petite histoire, évoquons ce concours auquel se sont présentés une quarantaine de physiciens, dont d'Alembert et Daniel Bernoulli pour répondre à la question *pourquoi les oiseaux volent-ils ?*. Seule la démonstration de d'Alembert fut jugée exacte du point de vue mathématique, malheureusement il était arrivé à montrer que les oiseaux ne peuvent en aucun cas voler ! Ce désaccord entre théorie et expérience venait du fait que, ce qui justement permet aux oiseaux de voler et dont les mécaniciens d'alors ne tenaient pas compte, est la viscosité de l'air, viscosité qui joue un rôle important dans les phénomènes turbulents !

Il faut attendre la fin du 19<sup>e</sup> siècle et le début du 20<sup>e</sup> pour que les premières théories de la mécanique des fluides visqueux apparaissent, avec en particulier Stokes et Saint - Venant.

## Comment définir la turbulence et comment caractériser les solutions de l'équation de Navier - Stokes ?

Nous avons déjà dit que nous devons à Taylor et Von Karman l'introduction du mot *turbulence*. Mais avant eux, il faut rappeler le rôle fondateur joué au 19<sup>e</sup> siècle par des physiciens comme Navier et Saint-Venant en France, Von Helmholtz en Allemagne, Sir George Stokes et Maxwell en Angleterre. Ce sont à partir de leurs travaux et leurs idées que vont naître et se développer les premières théories sur la turbulence.

Dès le début du 20<sup>e</sup> siècle, Bénard, Prandtl, Heisenberg (dont ce sera le sujet de thèse sous la direction de Sommerfeld), Taylor et Lord Rayleigh étudient la transition entre l'état laminaire, pour lequel les couches de fluide glissent les unes sur les autres sans échange de particules, et l'état turbulent, pour lequel celles-ci au contraire se mélangent au lieu de garder leur individualité.

Pour essayer de décrire et de prédire les écoulements turbulents il faut aller puiser dans la boîte à outils des mathématiciens. Depuis plus d'un siècle on connaît l'équation de Navier - Stokes qui décrit l'évolution d'un fluide incompressible. Cette équation aux dérivées partielles non linéaire gouverne le mouvement des fluides par exemple les vents, les courants océaniques, l'écoulement de l'eau dans les tuyaux, ainsi que nombreux d'autres écoulements. Cette équation rend compte de la conversion de l'énergie cinétique en énergie thermique par frottement visqueux et des notions d'instabilité non linéaire caractérisé par le **nombre de Reynolds**. Ce nombre se définit comme le rapport

entre le transport moyen du fluide, proportionnel à sa vitesse, et le frottement moyen dû à la viscosité du fluide, qui correspond à la partie de l'énergie cinétique dissipée en chaleur sous l'effet du frottement des couches fluides, entre elles, ou au contact des obstacles solides. L'ordre de grandeur du nombre de Reynolds est de  $10^3$  à  $10^9$  pour les écoulements rencontrés en aérodynamique, de  $10^9$  à  $10^{12}$  pour les écoulements atmosphériques et de  $10^{12}$  à  $10^{20}$  pour les écoulements astrophysiques. Cet ordre de grandeur permet de classer les régimes d'écoulement : les écoulements faiblement turbulents présentent un petit nombre de degrés de liberté excités et leur comportement chaotique essentiellement temporel, tandis que les écoulements turbulents pleinement développés présentent un très grand nombre de degrés de liberté et donne lieu à un comportement chaotique, à la fois spatial et temporel.

La difficulté mathématique de l'équation de Navier - Stokes provient du fait que pour les grands nombres de Reynolds, c'est-à-dire les écoulements turbulents, les termes non linéaires ne peuvent plus être négligés et donnent lieu à l'apparition d'instabilité des solutions. Ainsi, Leray, dans sa thèse de 1933, interprète-t-il la turbulence d'un point de vue purement mathématique, comme la perte de la stabilité et de l'unicité des solutions linéaires de l'équation de Navier-Stokes. Cette perte intervient à partir d'une valeur critique du nombre de Reynolds, valeur au-delà de laquelle apparaissent simultanément plusieurs

solutions turbulentes dont le comportement n'est plus alors descriptible que statistiquement, c'est à dire en moyenne. Si l'écoulement est laminaire, c'est-à-dire non turbulent, son évolution est prévisible et l'information décrivant l'état du système au temps  $t$  est suffisante pour prédire l'état de celui-ci pour tout temps. Si au temps  $t$ , on fait une erreur quant à la description de l'état du système, cette erreur reste la même au cours de l'évolution car la dynamique d'un écoulement laminaire est stable. Elle n'amplifie pas l'erreur initiale et n'est donc pas sensible aux conditions initiales.

Si, par contre, l'écoulement est turbulent, il en va tout autrement. Le système devient très instable et sensible aux conditions initiales, l'erreur est amplifiée exponentiellement au cours de l'évolution et le comportement de l'écoulement n'est prévisible que pour un temps d'autant plus court que l'erreur initiale, à savoir la quantité d'information que nous avons négligée, est plus grande.

### Comment et avec quels outils étudier la turbulence développée ?

Plusieurs approches furent proposées pour étudier ces écoulements fortement turbulents.

L'approche statistique remonte à Reynolds qui, à la fin du siècle dernier, émit l'hypothèse que les écoulements turbulents pourraient être décrits en ne considérant que leur comportement moyen, sans avoir à connaître leur comportement détaillé.

En 1921, Taylor proposa d'appréhender les écoulements turbulents à plusieurs échelles, spatiales ou temporelles, à la fois. En 1941, Kolmogorov introduisit



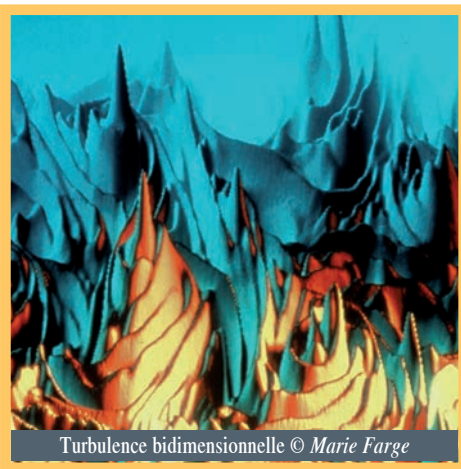
## La turbulence

une approche nouvelle, de type probabiliste, qui raisonne à partir d'un grand nombre de réalisations du même écoulement. Ignorants les travaux de Kolmogorov publiés en russe en 1941, Heisenberg et Von Weizäcker, lors de leur résidence surveillée à Cambridge en 1945 comme prisonniers de guerre, décidèrent de s'attaquer au problème de la turbulence développée et retrouvèrent les prédictions de Kolmogorov. Dans les années 60, les expériences de Batchelor et Townsend amenèrent Kolmogorov à revoir un peu sa théorie, ce qu'il fit lors du premier colloque organisé sur la turbulence par Fabre à Marseille en 1961.

Pourtant après plus d'un siècle d'étude de la turbulence développée aucune explication théorique convaincante n'a pu s'imposer. Pour étudier celle-ci, on peut procéder selon les deux démarches suivantes:

- soit on analyse un très grand nombre de réalisations du même écoulement pour dégager les comportements dominants en moyenne,
- soit on observe une seule réalisation de façon très détaillée en essayant de voir qu'elles sont les structures dynamiques élémentaires qui engendrent les mouvements observés.

Ces deux approches, essentiellement expérimentales, peuvent être effectuées aussi bien en laboratoire qu'à partir d'expériences numériques calculées à l'ordinateur.



**La turbulence pleinement développée reste un problème extrêmement complexe encore non résolu.**

La difficulté tient probablement au fait que les moyens conceptuels et techniques dont disposent actuellement les chercheurs ont été développés pour la mécanique quantique et pour la mécanique statistique des phénomènes conservatifs ou proches de l'équilibre thermodynamique, mais ne sont guère adaptés pour aborder la turbulence qui est un phénomène hors d'équilibre qui met en jeu un grand nombre d'éléments en interaction fortement non linéaire.

Voilà bien du travail pour les mathématiciens d'aujourd'hui et de demain, car ce problème fait appel à de nombreuses branches des mathématiques : analyse numérique, traitement du signal et d'images, processus stochastiques, statistiques, dynamique non linéaire... A eux de découvrir ainsi de nouveaux outils mathématiques si ceux qui existent ne suffisent pas.

*M. F. et M.J. P.*

**Pour en savoir (un peu) plus**

Marie Farge <http://wavelets.ens.fr/>

<http://wavelets.ens.fr/PUBLICATIONS/publications.htm>

# Du vol des oiseaux au vol de l'avion

Françoise Montigny - Rannou

## De l'observation du vol des oiseaux au calcul de l'avion

Depuis l'Antiquité et la légende d'Icare, l'homme a rêvé de quitter le sol et de voler comme les oiseaux. Léonard de Vinci au XV<sup>e</sup> siècle a imaginé de nombreuses *machines volantes*. Mais pour que l'aviation, telle que nous la connaissons maintenant, voit le jour, il a fallu l'association de deux trouvailles :

*La forme de l'aile, optimale pour le vol.* C'est Otto Lilienthal qui, le premier, fit la théorie du vol humain en publiant un article célèbre en 1896. En observant le vol des cigognes, il mit en évidence le principe du vol du plus lourd que l'air ; **le poids est compensé par une force appelée portance due à une dépression sur le dessus de l'aile.** Cette force dépend de la forme de l'aile ainsi que de la vitesse.



Etude de l'aile d'une cigogne  
O. Lilienthal 1896

*Le moteur à explosion apparaît pour les avions vers 1902.*

C'est pourquoi en 1903, il fut possible à Wilbur et Orville Wright d'accomplir le deuxième vol mécanique. Malgré l'ingéniosité de Clément Ader, l'Avion III ne put faire qu'un petit saut en octobre

1897. En effet l'aile inspirée de celle de la chauve-souris et les moteurs à vapeur ne permettaient pas de créer cette *portance*.



L'Avion III de Clément Ader - © CNAM

Ce sont Kutta en 1902 et Joukovsky en 1905 qui commencèrent l'étude théorique des profils d'ailes, suivis par Prandtl en 1917. Malheureusement, ce sont les deux guerres mondiales 1914-1918, 1939-1945 qui permirent les grandes avancées dans la conception des avions. À l'heure actuelle, le calcul numérique associé aux essais en soufflerie permet la construction d'avions de plus en plus rapides et confortables.

Il s'agit de résoudre les équations de la Mécanique des Fluides pour simuler l'écoulement de l'air autour d'une maquette d'avion virtuelle dont la forme sera modifiée peu à peu pour atteindre le but de l'aérodynamique qui est : **augmenter la portance et diminuer la traînée** (force de frottement).

Les équations de la Mécanique des Fluides sont obtenues en écrivant les lois de conservation de la masse ( $m$ ), de la quantité de mouvement ( $m\vec{v}$ ) et de l'énergie ( $E$ ) pour une particule fluide de volume  $dx*dy*dz$ , à chaque instant  $t$ . Ces équations dites *aux dérivées partielles* n'ont pas de solutions

## Du vol des oiseaux au vol de l'avion

analytiques simples. Le résultat ne pourra être obtenu que de façon approchée, sur les nœuds d'un maillage, d'autant plus nombreux que la maquette virtuelle est complexe et que les conditions de vol sont difficiles.

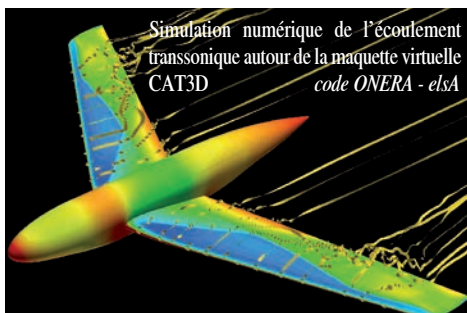


C'est pour cela que la simulation numérique des écoulements en Mécanique des Fluides nécessite de programmer sur de très puissants calculateurs. Les maquettes virtuelles comme celle ci-dessus sont construites à l'aide de logiciels de CAO (Conception Assistée par Ordinateur).

Il est plus facile de modifier la forme des maquettes virtuelles que de modifier celles essayées en soufflerie. La mise au point d'un avion nécessite un dialogue entre les numériciens qui calculent et les souffleurs qui font les essais. La figure ci-dessus présente sur un demi avion en configuration fuselage-voilure-nacelles la distribution de pression sur la peau de l'Airbus A380. En rouge sont les pressions les plus fortes, en bleu les plus faibles. Sur la figure de la simulation numérique est représenté l'écoulement transsonique autour de la maquette virtuelle CAT3D. Les instabilités de l'air à l'extrémité de l'aile sont mises en



évidence. Par des modifications successives de la maquette virtuelle, on cherchera à diminuer ces instabilités. Une vérification sera faite en soufflerie à la fin des calculs.



C'est grâce à ce dialogue, parfois difficile, entre le calcul et l'expérience que l'Airbus A380 est sorti sans avoir eu de prototype.

La mise au point de ces grands codes de simulation numérique est un challenge passionnant pour toutes celles et tous ceux qui aiment se mesurer avec des calculateurs de plus en plus puissants.

Françoise Montigny-Rannou  
ONERA

Pour en savoir (un peu) plus

[www.onera.fr](http://www.onera.fr)

# Le monde végétal

Philippe de Reffye, Marc Jaeger et Paul Henry Cournède.

## Une brève histoire de l'étude des plantes.

Nous devons aux plantes notre oxygène, notre nourriture, notre santé, notre mobilier, notre habillement et l'agrément de notre environnement naturel extérieur et intérieur, c'est dire assez leur importance et leur utilité. L'usage des plantes accompagne l'histoire de l'humanité qui a développé d'abord la cueillette puis l'agriculture et parallèlement a découvert les vertus des plantes médicinales. Il a fallu identifier et sélectionner les espèces, choisir les organes utiles à la consommation et définir les modes de culture. Les chinois ont laissé des ouvrages d'arboriculture très complets parlant de greffage, de bouturage et de marcottage, plusieurs siècles avant Jésus Christ.

La découverte de nouvelles sources de nourriture, de médicaments ou de nouveaux matériaux utiles comme le caoutchouc, a constitué un enjeu majeur des grandes expéditions maritimes des siècles précédents qui comportaient toujours des botanistes. Afin de pouvoir classer et répertorier l'arrivée massive des nouvelles espèces découvertes, la Botanique a développé progressivement les critères de la classification végétale et la création de jardins botaniques a permis de conserver et de reproduire les espèces utiles à l'homme. Celui de Montpellier le plus vieux de France a ainsi fêté ses 400 ans !

L'étude de l'anatomie des plantes qui a donné la Botanique est très ancienne.

On connaît par Théophraste (vers 300 av. J.-C.) les principes de la classification des végétaux de son maître Aristote en arbres, arbrisseaux et herbes... Le médecin romain Dioscoride (1<sup>er</sup> siècle) publie le livre *De materia medica* où sont décrites et dessinées 600 plantes avec leurs propriétés médicinales.

Au XVII<sup>e</sup> le français Joseph Piton de Tournefort (1656-1708) construit un herbier qui figure toujours au muséum à partir de ses voyages en Europe. Il publie *Les éléments de Botanique* en trois volumes illustrés par le peintre Aubriet, complété par les *Intitutions rei herbariae* œuvre qui marque l'histoire de la botanique. Il distingue les Apétales, les Monopétales et les Polypétales. Il utilise la notion de genre et de familles (labiées, crucifères, ombellifères...) qui sera conservée par Linné. Au XVIII<sup>e</sup> siècle pour Linné (1707-1778) la classification est le fait du raisonnement et n'est pas objective comme résultant de l'œuvre de la nature. Il a écrit de nombreux ouvrages dont *Systema naturae* (1735) et *Philosophia botanica* (1751).

Il organise la classification des plantes selon la description des fleurs. Vingt quatre classes sont reconnues et divisées en ordres. Il préconise de nommer tous les êtres vivants par un substantif qui est le genre et un adjectif qui est l'espèce, ce qui a été définitivement adopté.

La famille de Jussieu comprend cinq botanistes. Antoine Laurent de Jussieu (1748-1836) montre qu'il faut être moins rigide sur la classification à base de l'organisation des fleurs, mais qu'il faut tenir compte de tout un ensemble de caractères botaniques pour définir les liens de parenté qui désignent une *famille naturelle*. Il expose son principe dans le *Genera plantarum* en 1789. Il distingue cent familles et les combine avec les notions de genre et d'espèce et de structure des graines.

L'écrivain Goethe (1749-1832) passionné de botanique est l'inventeur du mot morphologie et découvre la métamorphose végétale qu'il publie dans son livre *La métamorphose des plantes* (1790). Il pense que la fleur est le prolongement de la spirale génératrice qui dispose les feuilles le long des axes, feuilles qui se transforment progressivement en sépales, pétales et étamines.

L'agronomie en tant que science se développe au XVII<sup>e</sup> siècle. Olivier de Serres (1539-1619) publie son *Théâtre de l'Agriculture* dans lequel il indique les méthodes de labour, de fumures et d'ensemencements et les procédés de greffage et de taille des arbres fruitiers.

J. de la Quintinie (1626-1688) fut le responsable du potager du roi à Versailles. Son *Introduction pour les jardins fruitiers et potagers* (1690) très bien illustrée eut un bon succès. Sa méthode de taille plus sévère qui augmente significativement la produc-

tion fruitière a été abondamment diffusée et utilisée.

Au XIX<sup>e</sup> siècle, Théodore de Saussure est le père de l'agronomie. Il publie en 1804 ses *Recherches chimiques sur la végétation* qui démontre que tout le carbone des plantes provient de l'air, que l'eau du sol fournit une partie de l'oxygène. Il démontre aussi que l'azote contenu dans la plante provient du sol et non de l'air. Il reconnaît au terreau son pouvoir fertilisant par les sels qu'il contient même à un faible taux de dissolution. Saussure a clarifié définitivement les problèmes liés à la nutrition tant en ce qui concerne le rôle des organes (feuilles, racines) que celui des constituants majeurs de l'architecture végétale.

Julius Sachs (1832-1897) établit clairement le fonctionnement respiratoire et photosynthétique des plantes. Il montre que la respiration s'accompagne de la destruction des hydrates de carbone et que la synthèse de l'amidon provient de l'activité chlorophyllienne. Il établit l'équation fameuse :



Boehm en 1892 permet d'expliquer l'ascension de la sève brute dans les grands arbres. L'eau évaporée à la surface des feuilles est immédiatement remplacée par celle qui provient des canaux à l'intérieur du système ramifié.

Botanique et physiologie végétale deviennent alors deux concepts séparés, le premier s'occupant de la classification et le deuxième du fonctionnement. Les mécanismes physiologiques du fonc-

tionnement végétal au niveau cellulaire et moléculaire seront identifiés au XX<sup>e</sup> siècle. Contrairement à la physique, la biologie n'a pas engendré beaucoup de modèles mathématiques, et encore, ceux-ci sont apparus avec deux siècles de retard. Seuls les modèles de la génétique initiés par Mendel puis développés par Morgan ont pris le statut de modèles mathématiques en constituant la *génétique quantitative*. La biologie était donc avant tout affaire d'érudition, plutôt qu'affaire de calculs. Les physiciens ont su en observant l'échelle macroscopique, tirer des concepts quantitatifs efficaces qui leur ont permis, tout en ignorant la structure atomique, de formuler des lois et de bâtir des modèles au fur et à mesure de l'avancée parallèle des mathématiques. Ainsi les concepts de masse, de volume, de pression et de température ont permis à Mariotte de trouver les lois des gaz deux siècles avant leurs justifications théoriques au niveau moléculaire par Boltzman. La mécanique, l'optique, l'électricité, ont toutes eu pareillement leurs approches macroscopiques, bien avant la découverte de l'atome avec l'efficacité que l'on sait sur le formidable développement des sciences et techniques. La biologie végétale a sauté cette étape et est parvenue au XX<sup>e</sup> siècle paradoxalement à mieux connaître la biophysique et la biochimie du fonctionnement des êtres vivants, c'est-à-dire le quantitatif du niveau microscopique, que les lois macroscopiques du fonctionnement de la plante au niveau de son architecture. Bien que les lois observées

à un niveau donné soient nécessairement déterminées par celles des niveaux inférieurs, elles ne peuvent s'en déduire facilement et à l'instar de la physique, il convient de raisonner à l'échelle concernée. Ce n'est que récemment, à la fin du XX<sup>e</sup> siècle, que la modélisation de la croissance des plantes avec l'architecture comme support du fonctionnement a vraiment commencé. Elle est le résultat de trois approches séparées qui ont progressivement convergé : les modèles de la botanique, les modèles de l'agronomie et les modèles géométriques de l'informatique.

Bien que l'informatique ait été un instrument déterminant dans la génération des modèles d'architecture végétale, les équations de ces modèles, auraient très bien pu être trouvées au XIX<sup>e</sup> siècle.

### Les modèles de l'architecture des plantes en botanique.

La floraison des végétaux a attiré très tôt l'attention des botanistes et fait l'objet d'études détaillées : cymes, corymbes, ombelles, grappes et leurs combinaisons (Fig 1), correspondent à autant de possibilités combinatoires d'inflorescences que l'on retrouve dans toutes les espèces. Les botanistes Hallé et Oldeman ont réussi en 1970 à étendre aux architectures végétales des arbres le principe de la classification des inflorescences en se basant sur une combinatoire liant la croissance continue ou rythmique des méristèmes (bourgeons), la floraison latérale ou terminale des axes et leurs types de différenciation que l'on appelle encore

âge physiologique dont Goethe a été un précurseur. Un même type d'axe peut se retrouver à différents endroits au sein d'une architecture, même taillée abondamment comme c'est le cas des arbres fruitiers. Ainsi sont nés les *modèles architecturaux*, dessins de botanistes qui classent en moins de trente catégories les arbres de toutes les espèces connues (Fig 1). L'architecture est ici considérée non pas d'une manière statique à l'instar des planches botaniques qui décrivent seulement minutieusement les parties de la plante, mais comme le résultat de l'organogenèse des méristèmes qui caractérise la cinétique de la mise en place des axes feuillés d'un arbre, qui est encore appelé son développement.

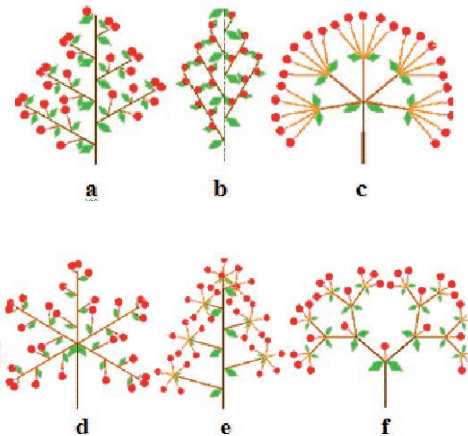
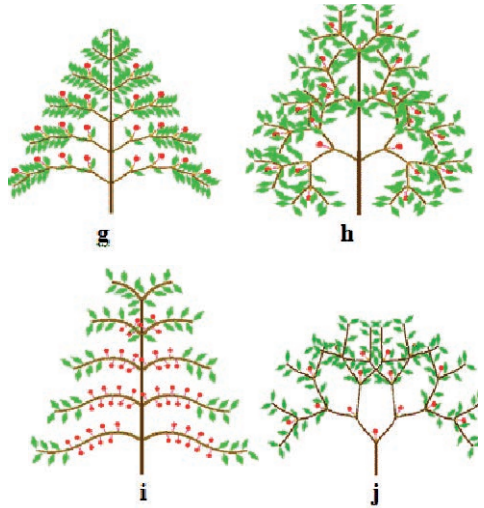


Figure 1 : les modèles architecturaux des inflorescences et des arbres tropicaux. Inflorescences : (a) grappe de grappe, (b) épis, (c) ombelle d'ombellules, (d) ombelle de grappes - grappe d'ombellules, (e) cyme bipare. Arbres (modèles selon F. Hallé et R.

Oldeman) : (g) modèle de Fagerlind (ex : Magnolia), (h) modèle de Scaronne (ex : manguiers), (i) modèle de Massart (ex : araucaria), (j) modèle de Leeuwenberg (ex : frangipanier). Une pure combinatoire assemble en arborescences les modes de croissance, de ramification et de floraison. La nature exprime une bonne partie des possibilités, mais pas toutes...



### Les modèles de la production végétale en agronomie.

Parallèlement et au même moment (dans les années 1970), mais sur un tout autre registre, l'agronomie s'est intéressée à la prédiction de la production végétale au niveau du  $m^2$ , en fonction des paramètres environnementaux (lumière, température, eau, azote...). Cette production est exprimée en matière sèche après dessiccation de la matière fraîche dans une proportion d'environ 10%.

La plante n'est plus considérée individuellement, ce qui compte ici c'est la surface foliaire/ $m^2$  (le LAI) et la production végétale/ $m^2$  qui est généralement divisée en compartiments

(feuilles, entre-nœuds, fruits, racines.) Tous ces compartiments se partagent un pool commun de biomasse selon leur force de puits. À ce niveau macroscopique, les agronomes ont montré que la production était liée étroitement à l'énergie utile de la lumière incidente (le PAR), à la lumière interceptée par le couvert et à un facteur de proportionnalité qui est l'efficacité de la lumière (la LUE). Les Hollandais ont été les pionniers de cette approche de la production végétale, dont la paternité revient à de Witt dans les années 1970.

Ainsi dans une serre hollandaise en été, le PAR incident qui arrive sur le couvert dans une serre après avoir traversé les vitres vaut 6 Mega Joule/m<sup>2</sup>/jour et la LUE 3 g/MJPAR. L'interception de la lumière est modélisée par la loi de Beer-Lambert :  $I=(1-\exp(-k.LAI))$  (1) ; k est un coefficient empirique dépendant des propriétés du couvert qui vaut environ 0.7 en moyenne.

Finalement la production d'un m<sup>2</sup> de culture est donnée par la formule :

$$Q=LUE*PAR*(1-\exp(-k.LAI))$$
 (2) ;

Si la surface foliaire/m<sup>2</sup> devient supérieure à 3, la lumière est entièrement interceptée et I = 1.

La production au m<sup>2</sup> est alors saturée et on ne peut guère dépasser une production en matière sèche supérieure à 20g/m<sup>2</sup>/j ce qui exprime clairement la contrainte d'une limitation de la production. L'augmentation de la densité ne sert à rien si LAI > 4.

Une autre loi empirique remarquable à l'échelle de la plante est la notion de temps thermique.

Il correspond à la somme des températures moyennes journalières reçues par le couvert. Le développement végétal est très instable si on considère le temps calendaire, mais tout se linéarise avec le temps thermique. Il faut un certain cumul thermique pour déclencher au-delà d'un seuil, la levée des semences, la mise à fleur... Le temps thermique pilote les séquences du développement végétal et il remplace souvent le temps calendaire dans les modèles de l'agronomie.

### La botanique du XXI<sup>e</sup> siècle : les modèles structures fonction de la simulation informatique.

L'arrivée des ordinateurs a révolutionné les méthodes de modélisation et de simulation des systèmes dont ont profité naturellement les plantes. Deux tendances ont émergé, l'une est basée sur la simulation informatique de plus en plus fine du fonctionnement, c'est le cas notamment des L\_systems, l'autre s'appuie sur les méthodes de l'automatique en utilisant des systèmes dynamiques, tout en gardant les simplifications judicieuses des modèles agronomiques comme la LUE et le pool commun, mais au niveau de l'organe.

### Tendances en simulation informatique de la croissance des plantes

Les ordinateurs ont fait leur apparition en même temps que les modèles de la botanique et de l'agronomie. L'augmentation progressive de leur capacité de calcul et l'arrivée de l'image de synthèse



grâce aux écrans graphiques ont permis aux informaticiens de s'attaquer aux phénomènes naturels comme la croissance des plantes. La complexité géométrique des arbres avait tout pour plaire aux informaticiens qui ont recherché des algorithmes puissants pour simuler l'architecture végétale d'une façon purement géométrique : arbres combinatoires, binaires, fractals ont ainsi vu le jour. Mais ces outils demeuraient trop rigides pour simuler le développement complexe des plantes.

Un botaniste informaticien Hollandais, A. Lindenmayer a conçu un système de réécriture au formalisme très puissant (les grammaires de Lindenmayer aussi appelées L\_systèmes) capables de reproduire le développement des méristèmes dans leurs ramifications et leurs différenciations. L'approche convient particulièrement aux plantes herbacées dont la grammaire de développement reste simple à identifier empiriquement. A l'Université de Calgary, P. Pruzinckiewicz a développé une plateforme informatique (L\_studio) autour des L\_systèmes qui a rendu de grands services aux écophysiologistes, leur permettant de reconstruire leur plante (par exemple le modèle ADEL de l'Inra), pour le maïs et le blé.

D'abord ces modèles L\_system de plantes ont été basés sur le couplage du temps thermique avec la production et l'expansion des organes vue sous un angle purement géométrique. La plante pousse grâce au fonctionnement des méristèmes et la dilatation forcée des

organes créés, mais ne fonctionne pas. La simulation informatique donne une maquette 3D aussi fidèle que possible, utilisée notamment pour les calculs d'interception de la lumière et le calcul des microclimats qui environne les feuilles (Chelle Inra). L'utilisation du temps thermique pour établir l'architecture suppose que l'environnement radiatif est stabilisé ce qui est souvent le cas pour les cultures de printemps mais pas les cultures d'hiver.

Aujourd'hui, les écophysiologistes s'efforcent d'intégrer de façon fine le fonctionnement de la plante en introduisant des mécanismes de plus en plus précis. La photosynthèse est calculée au niveau de chaque feuille en fonction de son micro-climat et les sucres synthétisés sont redistribués dans l'architecture de la plante par un système de transport résistance selon la force de puits d'attraction des différents organes. Les implémentations de tels systèmes complexes (citons AMAPHydro, Lignum, Vica, Gro-IMP, L\_peach, Graal), entièrement basés sur la simulation, permettent une bonne capitalisation des connaissances, mais ne permettent pas d'aborder le calcul de la production végétale d'un peuplement pour plusieurs raisons.

Les temps de simulations et leurs ressources de calcul à mobiliser (la mémoire par exemple) sont généralement trop conséquents. Le nombre important de paramètres à identifier ne permet pas commodément la méthode inverse, indispensable pour caler le modèle en conditions réelles.

Les L\_systèmes ont, jusqu'à présent, produit des simulations mais n'intègrent pas les équations de production qui devraient s'en déduire. Ce qui fait qu'elles perdent en efficacité et ne peuvent pas aborder correctement les grandes structures (les arbres), les problèmes inverses, le contrôle et l'optimisation.

### Un modèle de l'automatisme pour la croissance des plantes : GreenLab

Le modèle GreenLab développé par l'équipe de recherche DigiPlante de l'INRIA-ECP-AMAP et au LIAMA, par filiation des modèles de plantes de l'AMAP du CIRAD, a abordé ce problème avec une approche de l'automatisme. Un automate (qui s'écrit également sous forme d'une grammaire récursive) modélise le fonctionnement des bourgeons en contrôlant leurs productions et leurs différenciations qui dépendent de la notion d'âge physiologique. Il permet de factoriser le développement de l'architecture (figure 2).

mutation. La grammaire associée à l'automate (voir la formule dans cette figure) permet une puissante factorisation du développement de la plante.

De ce fait, le temps de calcul n'est plus proportionnel au nombre d'organes produits (comme en simulation), mais seulement proportionnel à l'âge de la plante. Sous sa forme stochastique, l'automate permet d'obtenir directement les moyennes et les variances de ces nombres d'organes. En particulier, une fonction de production déduite de la grammaire de GreenLab donne le nombre d'organes associés à chaque cohorte qui se met en place. Ces derniers multipliés par les puits des organes correspondants donnent par sommation la *demande* de la plante. L'accès rapide à l'estimation de cette dernière est un atout important dans le calcul de la production de la plante.

Les organes sont en compétition pour les ressources qui assurent leur expansion. Ils se partagent un pool commun en fonction de leurs *forces de puits*.

L'expansion d'un organe au cours d'un cycle de croissance s'écrit :

$$\Delta q = p \frac{Q}{D} \quad (3)$$

où p est sa force de puits, Q la ressource disponible à se partager et D la demande de la plante (somme de tous les puits actifs de la plante et qui est une fonction de production déduite de la grammaire). En sommant le poids des feuilles et en divisant par leur épaisseur, on calcule la surface foliaire active S, ce qui donne le LAI et donc la nouvelle biomasse produite grâce à la formule (2). La récurrence du système est donc bouclée

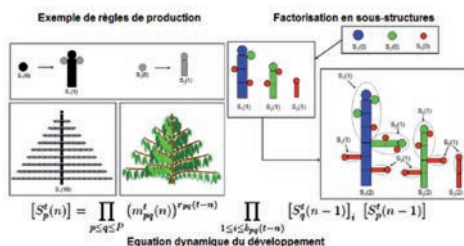


Figure 2 : le fonctionnement des bourgeons peut être modélisé par un automate dont les états correspondent aux différents âges physiologiques identifiés dans la plante. Les transitions entre les états se font soit par la ramification, soit par une

et la croissance de la plante peut donc se calculer de cycle en cycle à partir de la graine, à partir des échanges sources puits (figure 3).

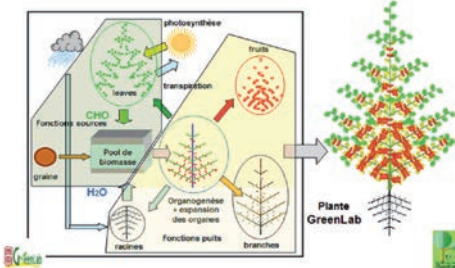


Figure 3 : schéma du développement et de la croissance des plantes en fonction de leur environnement mis en oeuvre dans le modèle GreenLab. L'eau et le gaz carbonique assurent 95 % de la biomasse fraîche végétale. Les bourgeons utilisent la biomasse synthétisée par les feuilles pour fabriquer les nouveaux organes qui peuvent être des sources (graine), des sources-puits (feuilles) ou des puits (fruits, racines, branches).

L'identification des paramètres du modèle sur les plantes réelles (méthode inverse) est un enjeu important, car ces paramètres sont des composantes du rendement utilisables par la suite en génétique, ou en optimisation des itinéraires culturaux (irrigation, densité). Un point fort du modèle GreenLab réside justement dans l'application de la méthode inverse. Avec ces différents partenaires l'équipe Digiplane (INRIA-ECP-Cirad) a commencé à calibrer les espèces cultivées. La simulation du modèle à partir des paramètres mesurés sur les plantes permet de restituer en 3D leur architecture (figure 4).



Figure 4 : simulations par le logiciel Digiplane (ECP) de plantes cultivées dans le cadre de collaborations avec des laboratoires de différentes institutions. Les architectures sont construites à partir des paramètres du modèle GreenLab estimés par méthode inverse, sur des plantes réelles. (a) betterave (ITB), (b) arabidopsis (Lepse Inra), (c) blé (University of Wageningen UW), (d) riz (Chinese Agriculture University CAU), (e) maïs (CAU), (f) tournesol (Lepse Inra), (g) chrysanthème (UW), (h) concombre (CAU), (i) tomate (CAU), (j) poivron (UW), (k) caféier (Vietnam), (l) pin (Chinese University of Forestry - CAF).

### La visualisation de l'architecture des plantes

La construction 3D d'une plante se fait en couplant à la production de l'automate du développement des règles géométriques qui positionnent correctement dans l'architecture les organes dont la forme est connue et le volume calculé à partir de son expansion donnée par l'équation (3). Ces règles concernent l'empilement des entrenœuds pour produire un axe, la phyllotaxie pour disposer correctement les organes autour de la tige... Toutes les données concernant la géométrie sont mesurables et sont des paramètres d'entrée pour la simulation de l'architecture. Dans le modèle

GreenLab, l'architecture de la plante est une sortie optionnelle de la simulation. En général, le calcul de la production de la plante ne nécessite pas la définition géométrique de la structure, mais seulement de son développement et des relations sources-puits, ce qui fait gagner beaucoup de temps de calcul.

L'histoire de la visualisation des plantes est directement liée au progrès des ordinateurs concomitant avec ceux de l'image de synthèse. En France, il y a vingt ans, l'informaticien Jean Françon a été un pionnier dans ce domaine. Les premiers dessins ont été effectués par des traceurs de courbes ! Les premiers écrans graphiques étaient vectoriels et directement issus des oscilloscopes ! Les écrans graphiques spécialisés travaillant au niveau du pixel, sont apparus avec des cartes spécialisées de plus en plus performantes. Un arbre dessiné au traceur de courbe pouvait prendre une dizaine d'heures, le même avec des polygones coloriés sur un ordinateur doté d'une bonne carte graphique ne prendra que quelques milli-secondes (Figure 5).

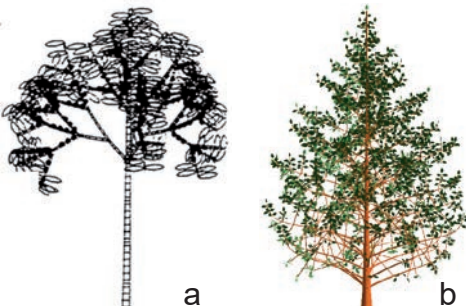


Figure 5 : dessins d'arbres sur ordinateur : (a) dessin par un traceur de courbe d'un arbre piloté par un calculateur HP 9825. (Thèse de Ph. De Reffye, 1979). (b) construction d'un arbre par le logiciel Digiplante. Si les règles géométriques n'ont pas beaucoup changé, les paramètres du fonctionnement pris en compte ont beaucoup augmenté. L'arbre (a) ne prend en compte que le développement et la géométrie, l'arbre (b) intègre les relations sources-puits dans l'édification de son architecture.

### La simulation de paysages en image de synthèse



Figure 6 : simulation d'un paysage paléobotanique avec des calamites, des sigillaires et des lépidodendrons. Image calculée par R. Lecoustre, logiciel AMAP du Cirad.

L'image de synthèse est maintenant couramment utilisée pour simuler les scènes d'urbanisme et de paysagisme avec un grand réalisme. Des sociétés sont spécialisées dans la fourniture de végétaux virtuels pour les besoins de l'image de synthèse. Une application inattendue est la visualisation sans doute réaliste d'un paysage du carbonifère avec des plantes, construite par AMAP Cirad en collaboration avec les paléobotanistes de Montpellier (figure 6).

## Le monde végétal

Les paysages fonctionnels sont les derniers avatars des peuplements virtuels. Dans ceux-ci une information à la fois quantitative et qualitative est disponible. Les plantes poussent dans un environnement radiatif pour la partie aérienne et hydrique pour la partie souterraine. Au-delà de la visualisation de l'image, on a accès sous forme de coupes analogues à celles d'un scanner à la quantité de biomasse produite à la surface foliaire... Les techniques de l'analyse d'image permettent d'analyser le peuplement simulé et d'estimer par exemple la production végétale pour différents compartiments (figure 7).

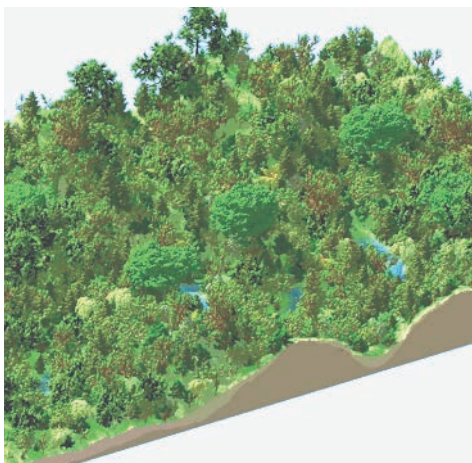


Figure 7 : un paysage fonctionnel. Les plantes occupent un volume divisé en petits cubes qui contiennent l'information issue de la simulation. Marc Jaeger (INRIA-Cirad).



### Conclusion

Grâce à la modélisation mathématique, l'architecture et le fonctionnement des plantes peuvent être mis en équation. Les paramètres de ces modèles extraits des plantes cultivées, en tant que composantes essentielles du rendement, devraient être des indicateurs utiles pour la sélection végétale et l'optimisation des itinéraires culturaux en agronomie. Parallèlement, la simulation des paysages où les plantes virtuelles jouent un grand rôle devient un outil couramment utilisé par les architectes - paysagistes grâce à la puissance acquise par les micro-ordinateurs.

*Philippe de Reffye, Marc Jaeger et Paul Henry Cournède.*

INRIA

**Pour en savoir (un peu) plus**

<http://www.mas.ucp.fr/digiplante/fr/>

# Les grands déserts

Jean Louis Dufresne

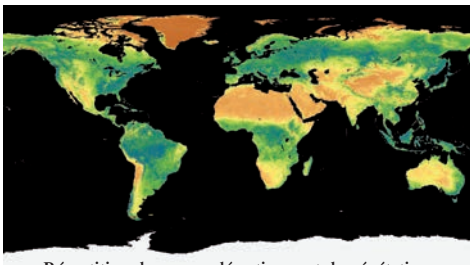
## Pourquoi y a-t-il de grands déserts? Pourquoi les forêts tropicales sont-elles entourées de grands déserts?

La répartition de la végétation à la surface du globe a une structure très particulière : aux environs de l'équateur, il y a beaucoup de végétation, la forêt y est extrêmement dense. Si l'on se déplace au nord ou au sud de ces régions, on trouve des régions beaucoup plus arides, voir des déserts qui peuvent être immense tel le Sahara. Si on continue de se déplacer vers les pôles, on retrouve une végétation généreuse aux moyennes latitudes (par exemple en Europe) avant d'atteindre le *désert blanc* des très hautes latitudes, où les grands froids sévissent.

## Pourquoi une telle répartition de la végétation?

Cette répartition est le résultat, *la marque* de la circulation de l'atmosphère à grande échelle.

Les régions proches de l'équateur sont celles qui sont les plus chaudes car elles reçoivent le plus d'énergie solaire. Dans ces régions équatoriales, l'air chaud et humide s'élève.



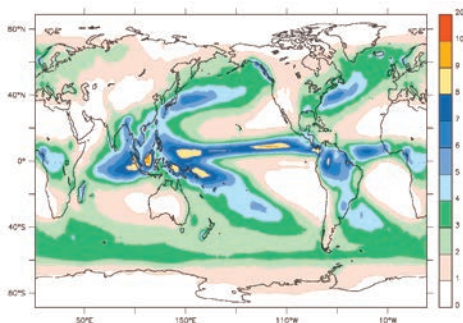
Répartition des zones désertiques et de végétation à la surface de la terre



© www.linternaute.com

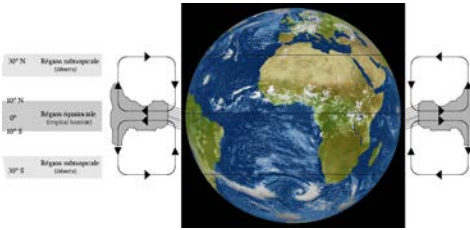
Lors de son ascension, la pression de l'air baisse, sa température aussi, la vapeur d'eau se condense et forme des nuages et des fortes précipitations. Ces régions sont les plus pluvieuses du monde et permettent le développement de la forêt tropicale.

Ce maximum de pluie se déplace avec les saisons: il se décale légèrement vers le sud pendant les mois de décembre à février, et légèrement vers le nord pendant les mois de juin à août (*notre été*).



carte des précipitations

## Les grands déserts



Après s'être élevé au dessus de l'équateur, l'air se dirige vers les pôles, mais n'atteint pas les pôles eux-même à cause de la rotation de la Terre. Cet air redescend vers la surface vers 30° de latitude nord ou sud.

En descendant, cet air se réchauffe et à cause de ce réchauffement la vapeur d'eau ne peut pas se condenser, il ne peut pas de former de pluie. C'est dans ces régions que se trouvent les grands déserts.

Ce contraste entre les régions équatoriales et celles vers 30° nord et sud (régions sub-tropicales) se retrouve également pour plusieurs variables atmosphérique. C'est dans les régions équatoriales qu'il y a le plus de nuages hauts, le plus de pluie, et que l'air à plusieurs kilomètres d'altitude est le plus humide. A l'opposé, dans les régions sub-tropicales il y a très peu de nuages hauts, très peu de pluie et l'atmosphère est très sèche.



© www.lanature.fr



### La circulation de Hadley

La *circulation de Hadley* est une circulation atmosphérique à grande échelle, avec l'ascendance (la montée) de l'air au niveau de l'équateur et la subsidence (la descente) de l'air au niveau des sub-tropiques.

Elle est bien observée, et a pu être également simulée par des modèles météorologiques comme par des modèles climatiques.

*Jean-Louis Dufresne*

Laboratoire de Météorologie dynamique  
CNRS / UPMC / Jussieu

### Pour en savoir (un peu) plus

*J-L Dufresne* La Physique du climat, in Graines de Sciences 2 , pp.77-100, Edition Le Pommier, 2000.

*Sylvie Joussaume* Climat d'hier à demain, CNRS éditions, Paris,2004.

# La phyllotaxie

Driss Boularas et Daniel Petit

**Lorsqu'on observe une plante, on est frappé par la disposition régulière de ses pièces (feuilles, graines, écailles, capitules,...) en hélices ou en lignes droites le long de son axe.**

L'Ortie ou la Menthe présentent deux feuilles face à face (disposition opposée), certains Lis, trois ou plus (disposition verticillée); chez certains Cactus et Euphorbes, les pièces sont alignées verticalement (disposition orthostique). La plupart des plantes herbacées à tige grêle portent des feuilles disposées sur une ou deux hélices. Dans le cas d'organes à axe contracté (entre-noeud nul ou presque), comme les capitules de la famille des Compositae (Tournesol, Artichaut,...), ou des cônes (fruits des Conifères), on trouve 3, 5, 8, 13 hélices et même 55 pour les fruits portés par le capitule du tournesol. Presque tous ces nombres se retrouvent dans la suite de Fibonacci (voir l'encadré). Est-ce un hasard ?

## La suite de Fibonacci et le nombre d'or

La suite récurrente linéaire d'ordre 2 définie par les valeurs initiales  $u_0=u_1=1$  et la relation de récurrence  $u_{n+2}=u_{n+1}+u_n$  est appelée suite de Fibonacci et ses termes, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 21, ... sont les nombres de Fibonacci. Si la suite  $(u_n)$  tend vers l'infini, celle des rapports  $v_n = u_{n+1}/u_n$  (où  $v_{n+1}=1+1/v_n$ ) tend vers un nombre positif, solution de l'équation algébrique  $X^2-X-1=0$ . Ce nombre, noté  $\phi$ , en hommage au sculpteur grec Phidias (V<sup>e</sup> s. av JC), est égal à

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ et est appelé nombre d'or.}$$

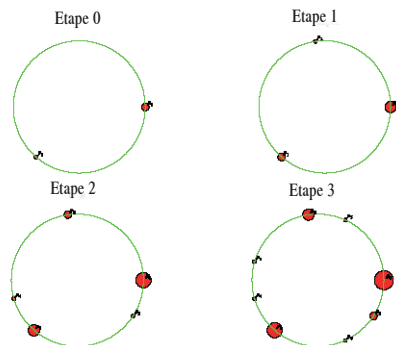
Plusieurs explications mathématiques relatives à la disposition des feuilles (phyllotaxie) sont possibles [1].

Ici, nous optons pour une modélisation mathématique fortement inspirée de l'article de F. Stoltz [2], basée sur le critère de W. Hofmeister et qui dit que *les primordia (embryons de bourgeons) apparaissent à intervalle régulier dans le ou les plus grands espaces disponibles laissés par les primordia précédents.*

On représente les projections de tous les primordia d'une tige sur un même cercle dans l'ordre temporel d'apparition.

On note  $\alpha$  la fraction de tour, appelée divergence, qui sépare deux primordia successifs dans le temps. Ce critère peut être simulé de la façon suivante :

A l'étape 0, nous avons deux primordia  $p_0$  et  $p_1$  qui forment deux arcs, un petit et un grand de valeurs respectives  $2\alpha\pi$  et  $2\pi - 2\alpha\pi$ .





## La phyllotaxie

À l'étape 1, apparaît un seul primordium  $p_3$  sur l'unique grand arc. La valeur du petit arc est  $2\pi - 4\alpha\pi$  et celle du grand arc,  $2\alpha\pi$ .

À l'étape 2, nous aurons deux primordia  $p_4$  et  $p_5$  sur les deux grands arcs. Les valeurs respectives des petits et grands arcs sont  $6\alpha\pi - 2\pi$  et  $2\pi - 4\alpha\pi$ .

On voit ainsi se profiler les nombres de Fibonacci. De façon générale, ne tenant compte que du fait qu'à l'étape  $n$ , il naît autant de primordia qu'il y a de grands arcs à l'étape  $n-1$ , le nombre de petits arcs, à l'étape  $n$ , noté  $u_n$ , vérifie la relation  $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ .

Les valeurs des petits et grands arcs sont égales respectivement à :

$$a_n = (-1)^n(u_{n+1}\alpha - u_{n-1})$$

et

$$b_n = (-1)^n(u_{n-2} - u_n\alpha).$$

De l'inégalité  $a_n \leq b_n$  on déduit la suite d'encadrements de  $\alpha$  :

$$\frac{u_1}{u_3} \leq \frac{u_3}{u_5} \leq \frac{u_5}{u_7} \leq \dots \leq \alpha \leq \dots \leq \frac{u_4}{u_6} \leq \frac{u_2}{u_4} \leq \frac{u_0}{u_2}$$

Deux cas peuvent alors se produire. Dans le premier, on revient à la position initiale au bout d'un nombre fini d'étapes  $u_n a_n = 1$ . Grâce à la relation  $u_{n+1} u_{n-2} - u_n u_{n-1} = (-1)^n$ , on peut déduire la valeur de  $\alpha$  :  $\frac{u_{n-2}}{u_n}$

Dans le deuxième cas, la valeur de  $\alpha$

est limite d'une suite :  $\alpha = \frac{1}{\varphi^2}$

où **phi** est le **nombre d'or**.

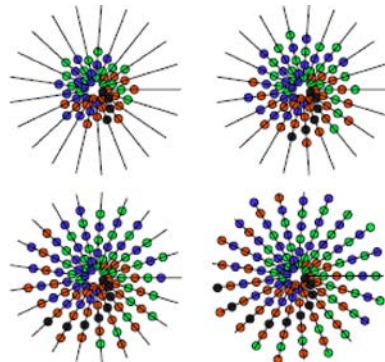
Reprenons le calcul des hélices. Sur une pomme de sapin Douglas, on trouve parfois 3 hélices dextres et 5 sénestres, parfois 5 dextres et 3 sénestres. Pour savoir si ce végétal fonctionne avec 3 ou 5 hélices, il faut comparer la régularité des deux types d'enroulement, selon Loiseau et Deschatres [3]. Le système de physiologie régulée permettant l'apparition des primordia des différentes pièces fonctionne en produisant 5 hélices dextres ou sénestres selon les individus ou les branches d'un même individu. L'apparente coexistence de 3 hélices en sens inverse vient de la régularité globale du fonctionnement. Lors de la première brisure, le primordium peut se développer à deux endroits, mais une fois apparu, il détermine le sens d'enroulement des primordia suivants.

### Passons à l'explication mathématique.

Mettons nous dans la situation où la divergence d'une plante est égale à

$d = \frac{u_n}{u_{n+2}}$  et partageons le cercle en  $u_{n+2}$

secteurs égaux. La divergence représente alors  $u_n$  fois la valeur d'un secteur. On note  $p$  et  $q$  le nombre de spirales



## La phyllotaxie

dextres et senestres qu'on suppose, pour les premières et les secondes, également espacées. Il s'ensuit pour deux primordia quelconques mais consécutifs sur une même spirale, l'existence de deux entiers  $k$  et  $l$  tels que

$$pd = k - \frac{1}{u_{n+2}}$$

$$\text{et } qd = l + \frac{1}{u_{n+2}}.$$

Des deux égalités précédentes, on déduit deux équations aux inconnues  $p$  et  $q$  :

$$pu_n - ku_{n+2} = -1$$

et

$$qu_n - lu_{n+2} = +1.$$

Tenant compte de certaines relations vérifiées par la suite  $(u_n)$  et du fait que les nombres  $u_n$  et  $u_{n+2}$  sont premiers entre eux, les *plus petites* solutions de ces équations sont

$$p = u_k \quad \text{et} \quad q = u_{k+1},$$

ou

$$p = u_{k+1} \quad \text{et} \quad q = u_k$$

Nous remarquons donc que les nombres  $p$  et  $q$ , des spirales dextres et senestres, sont bien des termes consécutifs de la suite de Fibonacci et donc leur rapport est une valeur approchée du nombre d'or.



Bien que cette explication mathématique de la croissance des plantes s'applique à de nombreux cas et permet une modélisation rationnelle, force est de reconnaître que Dame Nature a bien d'autres façons de s'épanouir.

Par exemple, dans les plantes qui ne suivent pas directement les termes de la suite de Fibonacci, on trouve certains cactus qui admettent  $10 = 2 \times 5$  spirales dextres et  $16 = 2 \times 8$  senestres.

*Driss Boularas et Daniel Petit*

### Pour en savoir un (un peu) plus

#### Bibliographie

- [1] R. V. Jean, {\it Croissance végétale et morphogénèse}, éditions Masson, 1983.
- {\bitem{stoltz}}
- [2] F. Stoltz, {\it Quelques problèmes posés par la phyllotaxie}, Irem de Strasbourg, mai 1979.
- [3] J.E. Loiseau, R. Deschatres. {\it Les phyllotaxies bijuguées}, Mémoire Société Botanique de France, 105-116, 1961.

# Origami pour la biologie

Jean-Jacques Dupas

**Depuis toujours la nature est une source d'inspiration pour les artistes. Pourquoi ne le serait-elle pas pour les scientifiques ?**

C'est cette question que se sont posée les fondateurs du bio-mimétisme. Leur idée est simple et paradoxale : plagier la nature pour innover. En clair, utilisons le travail de millions d'années d'évolutions. Ce travail a créé des solutions optimales pour de nombreux problèmes, il serait dommage de ne pas profiter de ce potentiel ! Par exemple, en remarquant que certaines feuilles hydrophobes restent propres, des équipes ont mis au point des revêtements autonettoyants.

L'industrie du verre pense pouvoir, sur le même principe, produire des vitres autonettoyantes et des pare-brises sans essuie-glaces. Les applications du biomimétisme sont innombrables et touchent des domaines inattendus. Une équipe pluridisciplinaire comprenant des ingénieurs, des mathématiciens, des informaticiens... est allée encore plus loin, en créant une nouvelle discipline faisant la synthèse entre le biomimétisme et l'origami.

**Qu'est-ce que l'Origami ?**

Rappelons que l'Origami est l'art traditionnel du papier plié. Cet art ancestral n'a pas forcément bonne presse en France. Une vision courtelinesque fait de l'origami la principale activité de nos *ronds de cuir*, la confection de *cocottes* en papier dissolvant et le temps et les

dossiers. Lisez ou relisez Courteline, il est hilarant. Mais la réalité est très différente. Nos fonctionnaires ont d'autres chats à fouetter et... pour la plupart ils ne savent pas faire des cocottes en papier. Vous savez-vous faire de l'origami ? Même pour des modèles élémentaires, c'est tout un art ! Cela ne s'improvise pas !

**Mathématiques et Origami**

L'Origami est en elle-même une source d'activité créative s'appuyant sur de profondes théories mathématiques. Par exemple : étant donné un diagramme de plis sur une feuille de papier, la forme finale peut elle être obtenue sans ajouter des plis supplémentaires ? Ce problème s'avère très difficile, les temps de calculs augmentant de façon exponentielle avec le nombre de plis. Les processus biologiques sont eux aussi très profonds. Le Docteur Taketoshi Nojima de l'Université de Kyoto a étudié les schémas de pliages de la nature, comme ceux impliqués dans la croissance des plantes. Avec une simple feuille pliée, il obtient par exemple une pomme de pin où un observateur averti reconnaîtra 8 hélices dans un sens et 13 dans l'autre c'est à dire la présence de termes de la suite de Fibonacci. Toutes ces structures légères inventées par Nojima - que ce soit des cylindres, des cônes, des hélices - sont en plus des formes repliables. Nojima s'est très souvent inspiré de la nature : des fruits, des cornes, des coquillages, des fleurs qui s'ouvrent, des

## Origami pour la biologie

ailes d'insectes qui se replient... Il a aussi puisé dans les mathématiques pures en étudiant les pavages du plan et de l'espace et des solides en forme d'éponges régulières.

### Eponges régulières

Les éponges régulières sont des polyèdres réguliers...infinis ! C'est-à-dire qu'elles sont constituées d'un seul type de polygones réguliers (des carrés ou des hexagones), à chaque sommet concourent le même nombre de polygones ; les sommets, faces et arêtes sont en nombre infini. Les éponges régulières ont été identifiées par Coxeter et Pietri, elles sont au nombre de 3. Ces éponges sont des objets idéaux pour renforcer des structures ultralégères.

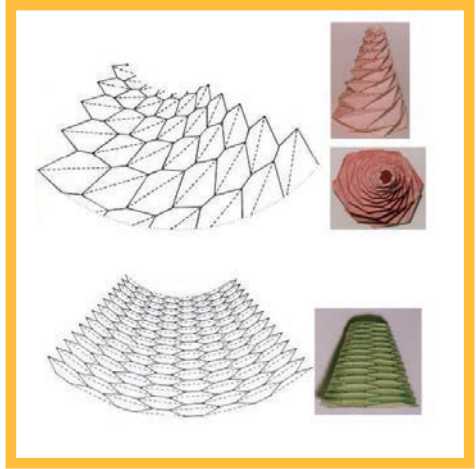
### Des applications universelles

Comme souvent en mathématiques, la théorie est pratique ! Pratique car, pour obtenir nos objets en trois dimensions il suffit de partir d'une simple feuille, conditionnement industriel le plus courant. Quel rêve pour le constructeur de polyèdres qui, comme moi, assemble d'innombrables morceaux pour obtenir un volume !

Pratique car, repliés, les objets se présentent sous une forme plus compacte pour le transport.

Le transport des éponges régulières de Nojima ne présente ainsi aucun problème logistique.

Cette démarche s'inscrit donc dans le cadre du développement durable, puisque les phases de fabrication et de logistique sont optimisées. L'utilisation



de feuilles standardisées peut aussi faciliter le recyclage.

De l'avis même de Nojima, nous ne sommes qu'au tout début d'une nouvelle science, promise à un développement extraordinaire. J'ai pris la liberté de la baptiser **BiOrigami**. Elle pourrait révolutionner notre futur, en s'immerçant dans les objets les plus courants comme les canettes jusqu'aux plus technologiques comme les voiles solaires des prochains vaisseaux interplanétaires.

**Jean-Jacques DUPAS**

Ingénieur-chercheur au CEA

Direction des Applications Militaires de Bruyères-le-Châtel

### Pour en savoir (un peu)plus

-Some assembly needed, Ian Stewart, Nature Vol. 448 du 26 juillet 2007, p.419

-Nojima Taketoshi <http://impact.kuaero.kyoto-u.ac.jp/pdf/Origami.pdf>

-Nojima Taketoshi ,Origami Modelling of Functional Structures based on Organic Patterns

-Nojima Taketoshi, Saito Kazuya, development of newly designed ultra-light core structures, JSME International Journal, Series A, Vol. 49, n°1, 2006

-Courteline, Messieurs les ronds-de-cuir, Garnier-Flammarion

-Coxeter, H.M.S, The Regular Sponges or Skew Polyhedra, Scripta Mathematica Vol.6 (1939), pp.240-244

# Exobiologie

François Raulin et Eric Hébrard

**Comment la vie est-elle apparue sur Terre ? Y-a-t'il une vie ailleurs que sur Terre ? Si oui, quelle est-elle, comment la détecter ? Ces grandes questions sont du domaine de l'Exobiologie.**

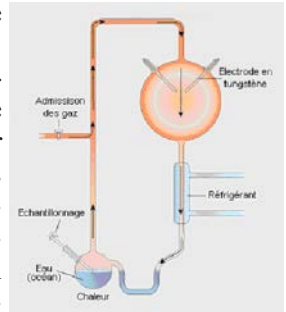
Appellation introduite dans les années 1960 par le biologiste Prix Nobel Joshua Lederberg, alors que la NASA préparait le programme Apollo et les premières missions habitées vers la lune, l'Exobiologie était initialement l'étude de la vie ailleurs que sur Terre. Ce domaine s'est depuis largement agrandi et son périmètre englobe aujourd'hui tout ce qui est lié à la vie dans l'univers. Il est ainsi devenu la science qui étudie l'origine, la distribution et l'évolution de la vie dans l'univers, ainsi que les structures et les processus qui sont liés à la vie.

Exemple par excellence de la multi et interdisciplinarité, de nombreuses approches de l'Exobiologie s'appuient sur les mathématiques et leurs outils de modélisation. Qu'il s'agisse de l'étude de l'origine de la vie sur Terre, de celle de la chimie organique dans des environnements extraterrestre, ou de la recherche de systèmes vivants présents ou passés, ou de signatures biologiques ou prébiotiques dans des environnements extraterrestres, dans le système solaire ou au-delà.

## L'origine de la vie sur Terre

La vie est apparue sur Terre à la suite d'une longue évolution chimique, précédant l'évolution biologique. Ce concept, publié par le biochimiste Alexander Oparin en 1924 a été conforté par l'expérience publiée par Stanley Miller en 1953 simulant expérimentalement en laboratoire les premiers stades de cette évolution.

Cette expérience a montré que l'on peut obtenir des composés d'intérêt biologique (des acides aminés), en partant d'un mélange gazeux



Credit : Luxurion - Astrosurf.com

simple, modèle d'une atmosphère planétaire. Mais on ne peut simuler expérimentalement l'ensemble des processus, qui ont pu durer des dizaines de millions d'années sur la Terre primitive. Pour cela, il faut développer des modèles théoriques qui font appel aux équations différentielles complexes. Comprendre l'origine de la vie nécessite de comprendre l'origine de l'homochiralité, présente dans tous les systèmes vivants terrestres. Le chimiste Franck dans les années 1950 a été le premier à proposer des systèmes chimiques d'auto-amplification capables d'augmenter sélectivement la concentration d'un des deux énantiomères au détriment de

l'autre, jusqu'à la disparition totale de ce dernier. Là encore, le modèle passe par la résolution d'équations différentielles.

Crédit : Noël Blotti

L'une des propriétés fondamentales du vivant est d'être constamment maintenu hors de l'équilibre thermodynamique, grâce à sa machinerie complexe et au flux permanent d'énergie qui le traverse. Ces propriétés sont celles des systèmes loin de l'équilibre, dont la théorie a été magnifiquement développée par Ilya Prigogine, physico-chimiste belge d'origine russe, lauréat du prix Nobel de chimie en 1977 pour ses travaux sur la thermodynamique des processus irréversibles, les structures dissipatives et l'auto-organisation des systèmes. Cette théorie a de nombreuses applications, telles que les cellules de Bénard, structures régulières de convection qui apparaissent spontanément dans un liquide quand on lui applique une source de chaleur extérieure. C'est le cas aussi des réactions chimiques oscillantes, systèmes chimiques basculant régulièrement entre deux états distincts (par exemple de couleurs différentes) sans jamais atteindre un état d'équilibre.

L'exemple le plus connu est celui de la réaction de Belousov-Zhabotinskii.

Ces systèmes chimiques ondulatoires sont régis par les phénomènes de réaction et diffusion et leur modélisation s'appuie sur la résolution d'équations différentielles non linéaires.

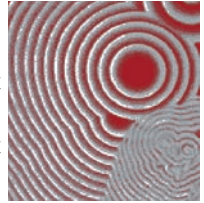
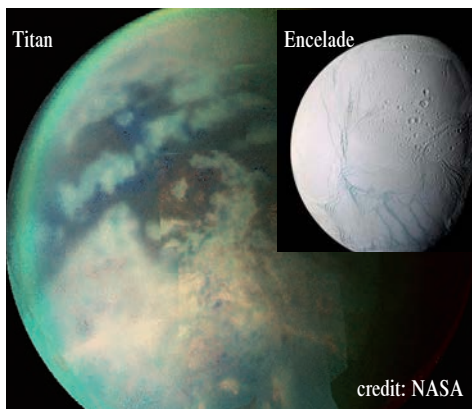


Image Crédit:  
A. M. Zhabotinsky

D'après nos connaissances actuelles des processus qui ont conduit à l'émergence de la vie sur Terre trois conditions semblent indispensables à cette évolution chimique : la présence d'eau liquide et de matériaux organiques (carbonés) et celle de sources d'énergie. L'exploration exobiologique d'environnements extraterrestres s'intéresse principalement aux objets planétaires où ces ingrédients peuvent être - ou avoir été - présents.

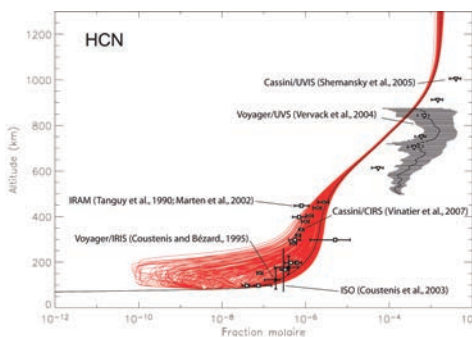
La chimie organique dans des environnements extraterrestres.

Dans le système solaire, outre la Terre, des molécules organiques ont été détectées dans l'atmosphère des planètes géantes, et dans celle de Titan, le plus gros satellite de Saturne et le seul satellite du système solaire possédant une atmosphère dense. De nombreux composés organiques ont aussi été détectés dans les comètes, et, très récemment dans l'environnement d'Encelade, un petit satellite de Saturne. Titan et Encelade intéressent tout particulièrement les exobiologistes car ces deux satellites possèdent très probablement un large réservoir d'eau liquide dans leur structure interne.



La compréhension de cette chimie organique, et plus généralement des processus responsables de la complexification de la matière organique dans l'Univers, s'appuie sur les observations, les expériences en laboratoire et les modèles théoriques. C'est le cas par exemple de Titan, dont l'atmosphère riche en méthane est le siège d'une chimie organique très active. La modélisation théorique d'un tel système atmosphérique consiste à étudier l'évolution spatiale et temporelle des abondances de ses composés atmosphériques en tenant compte des différents processus physico-chimiques susceptibles de modifier leurs abondances (les échanges avec l'extérieur, les processus de transport, les processus chimiques, les changements de phase, etc). Comme dans toute autre démarche scientifique, pour assurer la pertinence de nos modèles théoriques de Titan, il est très important d'évaluer leur précision, en étudiant notamment leur sensibilité aux incertitudes expérimentales, souvent non négligeables, attachées aux données

d'entrée. Les algorithmes utilisés pour ce faire sont des approches statistiques basées sur l'utilisation des nombres aléatoires et ainsi regroupés sous le terme générique de méthode de Monte-Carlo, en référence aux casinos situés dans la principauté du même nom. Cette méthode se distingue des autres approches numériques conventionnelles par son caractère stochastique non-déterministe, particulièrement adapté aux études de propagation des incertitudes propres aux données d'entrée utilisées lors de la simulation d'un système non-linéaire aux nombreuses variables étroitement couplées. Les désaccords existants encore entre les résultats théoriques des différents modèles photochimiques et les observations disponibles de l'atmosphère de Titan, sont difficiles à apprécier en l'absence d'une telle quantification précise de leur incertitude globale attachée. Pour certains composés particuliers, les incertitudes théoriques sont souvent plus importantes que les incertitudes sur les données observationnelles et il devient alors difficile, voire impossible, de contraindre certains paramètres essentiels dans l'étude des atmosphères planétaires.

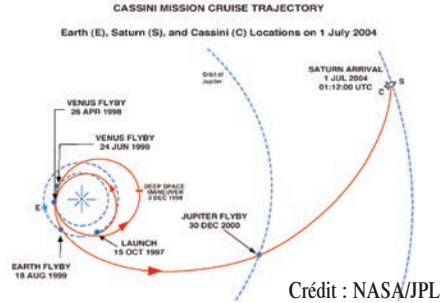


Crédit : Eric Hébrard

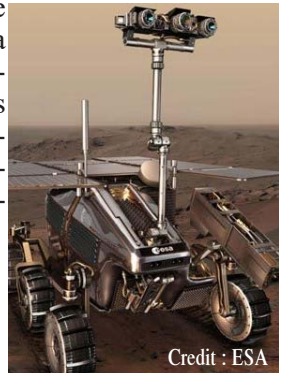
### Les missions spatiales et l'exploration exobiologique du système solaire

La recherche et la détection de ces composés sont effectuées en particulier par des observations à partir d'instruments scientifiques placés sur des vaisseaux spatiaux, tels les spectromètres IR (CIRS) et UV(UVIS) et le spectromètre de masse (INMS) placé sur l'orbiteur Cassini de la mission Cassini-Huygens. Des premiers stades de développement de la mission à la récupération des données des instruments et de leur traitement, les mathématiques sont présentes partout. En particulier sur le pas de tir, lors du lancement dont le déroulement nécessite des calculs d'une extrême précision. C'est aussi le cas lors du trajet, qui peut durer plusieurs années. Les missions vers les cibles lointaines nécessitent souvent de faire appel à l'assistance gravitationnelle des planètes croisées pendant le voyage. Ces trajectoires, dont le calcul - là encore - fait appel aux Mathématiques, sont établies à partir des lois de la mécanique céleste. Le vaisseau de la mission cométaire Rosetta, lancé le 2 mars 2004 de Kourou, n'atteindra la comète Churyumov-Gerasimenko qu'en... 2014, après 3 survols de la Terre (en 2005, 2007 et 2009) et un survol de Mars (en 2007). Le vaisseau Cassini, lancé le 15 octobre 1997 de Cap Canaveral, a effectué une trajectoire complexe avec 2 passages au voisinage de Vénus, puis de la Terre, avant de partir vers Jupiter puis Saturne, dont il est devenu un satellite (artificiel)

le 1er juillet 2004. Chacun de ces passages a fourni au vaisseau une accélération lui permettant de continuer son voyage jusqu'à la destination finale.



Bien évidemment, l'exploration spatiale est un moyen essentiel pour la recherche directe de traces de vie dans les environnements extraterrestres du système solaire. Dans ce domaine la cible prioritaire reste Mars. La planète rouge est aujourd'hui très inhospitalière, avec une atmosphère ténue et une surface aride au sol très oxydant. Toutefois, Mars a été très semblable à la Terre au début de son histoire, avec de l'eau liquide en abondance à sa surface et une atmosphère plus dense, au moment même où la vie émergeait sur Terre. Il est donc possible que la vie soit alors aussi apparue sur Mars. Elle est peut-être encore présente, enfouie dans le sous-sol encore habitable de la planète. Les futures missions vers Mars devront donc creuser pour la rechercher.





Europe, l'un des satellites de Jupiter est aussi une cible de choix, comme Titan et Encelade, par la présence probable d'un océan interne d'eau liquide proche de sa surface glacée.

Toutes ces instrumentations exobiologiques font bien sûr appel aux mathématiques (tels, par exemple, le traitement d'image pour les données des caméras, la transformée de Fourier pour les données spectroscopiques, et les systèmes de conversion pour l'acquisition et la transmission des données mesurées).

### L'Exobiologie hors du système solaire

Nous n'avons pas (encore) mis en évidence de façon claire et non ambiguë la présence d'une vie extraterrestre dans le système solaire. Mais les recherches dans ce domaine sont récentes, et les habitats potentiels n'ont été que peu étudiés avec des moyens nécessaires pour une telle recherche. Si une vie extraterrestre existe dans le système solaire, il est très probable qu'elle doive se limiter à une vie microscopique. Les extraterrestres éventuels de notre système planétaires doivent être des micro-organismes, analogues aux microbes terrestres, capables de vivre dans des environnements aux conditions extrêmes, comme le font de nombreux *extrémophiles* sur Terre.

Pour avoir une chance de trouver une vie extraterrestre évoluée, il faut donc chercher ailleurs, hors du système solaire. Les détections de planètes autour d'autres étoiles se multiplient (près de 300 à ce jour) depuis la première découverte d'une *exoplanète* en 1995, et



ouvrent des horizons nouveaux pour l'exobiologie.

*François Raulin et Eric Hébrard*

### Pour en savoir (un peu) plus

*Gargaud M., D. Despois, J.-P. Parisot et J. Reisse* (Eds)  
Les traces du vivant Presses Universitaires de Bordeaux (2003)

*Raulin F.*

A la recherche de la vie extraterrestre Le Pommier - CSI,  
Collection "Le Collège de la Cité", (octobre 2006).

*Raulin-Cerceau F.* A l'écoute des planètes, Ellipses, 2006

Sites web incluant de nombreux liens utiles:

*LISA* : <http://www.lisa.univ-paris12.fr>

*Groupe exobiologie du LISA* : <http://www.lisa.univ-paris12.fr/GPCOS/>

*GDR Exobio* : <http://www.exobio.cnrs.fr/>

*Site de M. Babin - De l'origine de la vie à la vie extraterrestre* :  
<http://exobio.chez.tiscali.fr/>

*Site de l'Agence Spatiale Européenne (ESA) (Cassini-Huygens, Rosetta, Mars Express, ...)* :  
<http://www.esa.int/esaSC/index.html>

*Sites de la NASA* : <http://www.jpl.nasa.gov/missions/>

En particulier :

*Cassini-Huygens* : <http://saturn.jpl.nasa.gov/home/index.cfm>

*Missions martiennes "MER"* :

<http://www.jpl.nasa.gov/missions/current/marsexplorationrovers.html>

*Réactions chimiques oscillantes* :

<http://www.faidherbe.org/site/cours/dupuis/jouport.htm>

# SETI

Florence Raulin Cerceau et Elisabeth Piotelat

## Les mathématiques dans la recherche de vie intelligente extraterrestre (SETI)

Des savants, à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, envisagent déjà des moyens de communiquer avec les planètes comme nos voisines, Mars ou Vénus, qu'ils pensent être habitées. Ces projets n'ont pas abouti mais ils ont eu le mérite de faire réfléchir sur l'utilisation d'un langage interastral et sur les moyens nécessaires pour *se faire voir* à des distances interplanétaires.

Depuis les années 1960, la recherche de vie intelligente extraterrestre, plus connue sous le nom de SETI (*Search for ExtraTerrestrial Intelligence*), est devenue une discipline scientifique à part entière. C'est l'astronome américain Frank Drake qui a lancé cette discipline en *écoutant* deux étoiles de la galaxie sur la longueur d'onde de l'hydrogène (21 cm) grâce au radiotélescope de Green Bank (USA).

Voyons comment les mathématiques interviennent à différents niveaux de cette recherche.

### Les premiers langages pour communiquer avec les E.T.

Le premier projet digne de ce nom est celui du mathématicien et physicien allemand Carl Gauss (1777-1855), qui, en 1822, propose de dessiner un gigantesque triangle rectangle à l'aide de rangées de pins, larges de plusieurs kilomètres, plantées en Sibérie. L'intérieur de

ce triangle serait rempli par un champ de blé, dont la couleur viendrait contraster avec celle des pins. Il pensait de cette manière non seulement que l'on pourrait signaler notre présence aux habitants de la Lune ou de Mars, mais aussi pouvoir communiquer avec des astronomes ou mathématiciens extraterrestres, par l'évocation du théorème de Pythagore...

Une seconde proposition nous vient de l'astronome et mathématicien Joseph von Littrow (1781-1840) qui aurait eu pour projet l'excavation de canaux dans le Sahara, arrangés selon un schéma circulaire de 30 kilomètres de diamètre. Les canaux auraient d'abord été remplis d'eau puis de kérosène, et en enflammant ce dernier pendant plusieurs heures pendant la nuit, von Littrow pensait que l'on pouvait signaler, grâce à sa forte luminosité intermittente, la présence humaine sur des distances interplanétaires.

Au tournant du XX<sup>e</sup> siècle, les projets concernent l'envoi de signaux à l'aide de faisceaux de lumière focalisée sur d'immenses miroirs paraboliques, comme chez le météorologiste et statisticien Francis Galton (1822-1911), en 1892, et l'astronome William Pickering (1858-1938), en 1908.

Mais les projets les plus élaborés sont sans doute ceux des Français Charles Cros (poète et inventeur, 1842-1888), Camille Flammarion (astronome, 1842-1925) et d'un dénommé A. Mercier (membre de la Société Astronomique de France). Cros propose, dès 1869

d'envoyer des rayons lumineux groupés en faisceaux par le moyen de miroirs paraboliques. Il souhaite utiliser le langage mathématique afin d'établir une numération grâce aux intermittences du signal ; puis il s'agirait de transmettre des séries numériques traduisibles en dessins tracés en points. Flammarion quant à lui, pense en 1888 que la géométrie représente le langage le plus adapté pour communiquer avec les habitants des autres planètes. Mais il propose une géométrie changeante afin de démontrer l'origine intelligente du message : un triangle se transformant en carré, puis en cercle etc....

Enfin, Mercier propose l'audacieuse hypothèse, en 1899, de placer sur la tour Eiffel un ou plusieurs réflecteurs qui recevraient les rayons du soleil couchant et les redirigeraient vers la planète Mars : un écran mobile placé en avant pourrait interrompre de temps en temps les signaux et leur donner une grande puissance de visibilité.

Chez ces pionniers, l'utilisation des mathématiques sert donc essentiellement à créer un langage universel et à faire remarquer l'idée intentionnelle du signal.



C.Cros



C.Flammarion

**Le langage binaire utilisé aujourd'hui pour communiquer**

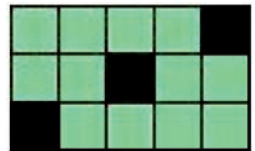
L'intérêt du langage binaire est sa simplicité. Par exemple, dans la nuit, on

peut allumer une lampe à intervalles réguliers pour dire que l'on est prêt ou attirer l'attention d'une personne. En langage binaire, cela pourrait se traduire par 1 0 1 0 1 0 1 0, le 1 correspondant à la lampe allumée, le 0 à la lampe éteinte. On peut aussi faire sonner 2 fois le téléphone d'un ami pour l'informer qu'on est bien arrivé.

Ce qui fonctionne pour une correspondance terrestre, marche de la même manière dans l'espace. On peut allumer et éteindre un faisceau LASER, ou envoyer des *bip* avec un émetteur radio. Les 0 et les 1 peuvent être utilisés pour représenter un dessin. Par exemple 111101101101111 est une suite de 15 chiffres. Or 15 est le produit de 2 nombres premiers, 3 et 5. On peut le découper en 5 lignes de 3 caractères ou en 3 lignes de 5 caractères. En remplaçant les 1 par des cases vertes, on obtient dans le premier cas un rectangle (dessin A), et dans l'autre une figure demandant plus d'imagination (dessin B)



A



B

C'est ce qui a été fait en 1974 avec le radiotélescope d'Arecibo. Nous avons envoyé un message comprenant 1679 nombres binaires, c'est-à-dire 73 lignes de 23 chiffres.

Elles correspondent à l'image suivante : Ici sont représentés les nombres de 1 à 10



en binaire (1, 10, 11, 101. etc...) qu'il faut lire verticalement en commençant par le bas, le premier " 1 " ou carré de couleur marquant le début.

Une fois que l'on a indiqué à d'éventuels extraterrestres notre système de numérotation, on peut communiquer tout un tas d'autres choses, qu'il s'agisse de la taille de l'être humain ou de la formule de l'ADN.

Cependant, si l'on reçoit un message, il y a de fortes chances que l'on ne sache pas le décrypter. Si une personne isolée ne connaît pas la signification du message envoyé en 1974 à Arecibo, elle ne pourra probablement pas la découvrir seule. Si l'on donne une suite de 0 et de 1 à un ordinateur, il pourra sans doute essayer de trouver une image comme nous l'avons fait ci-dessus. Mais l'on peut dire beaucoup de choses avec des nombres binaires.

### Les algorithmes pour décrypter les messages

Avant d'essayer de comprendre le contenu d'un message, il faut déjà le recevoir. Nous sommes entourés d'ondes électromagnétiques qui proviennent de l'espace, mais aussi des téléphones portables par exemple. Les algorithmes comme la Transformée de Fourier sont utilisés dans le cadre des projets SETI pour l'analyse des signaux radio et tenter ainsi de repérer un signal d'intelligence extraterrestre. Pour détecter un tel signal, il faut transformer les données brutes des ondes radio qui varient en fonction du temps en un ensemble de fréquences de puissance différente : on cherche à avoir en abscisse, les fré-

quences, et en ordonnée, la puissance du signal. La FFT (Transformée de Fourier rapide) permet de faire une telle transformation, en convertissant l'ensemble des données temporelles en un ensemble de données basé sur les fréquences. C'est ce que fait un logiciel, tel que BOINC lorsqu'il analyse les données reçues dans le cadre du projet SETI@HOME. Sur l'écran, l'utilisateur peut suivre l'évolution des calculs. Deux types de signaux sont recherchés : des *bip-bip* ou pulses ou des signaux continus. Comme la Terre tourne, si le signal vient vraiment de l'espace, il sera d'abord faible, puis de plus en plus fort et diminuera de nouveau. On recherche donc une courbe en forme de cloche, que l'on appelle une gaussienne.

Un autre facteur entre en jeu, c'est l'effet Doppler causé par le déplacement de la source émettrice du signal. Tout au long de l'analyse, le programme va donc tester diverses valeurs de " Doppler drift rate " (taux de décalage Doppler).

La FFT décompose d'abord les données en petites unités puis effectue une recherche de *crêtes*, ou signaux exagérés, dont la puissance est au moins 22 fois la puissance moyenne d'un signal habituel. Généralement, les signaux sélectionnés pour leur puissance inhabituelle sont classés comme interférences de radio-fréquences d'origine terrestre (I.R.F.) et rejetés par d'autres algorithmes. En revanche, les signaux très puissants dérivants, pulsatifs, ou d'une manière générale, répétitifs, sont conservés et mis en parallèle avec d'autres données comme la position d'étoiles ou d'amas globulaires, ou encore celle d'exoplanètes.

Un autre algorithme est aujourd'hui d'actualité pour extraire les signaux

radio du *bruit de fond* . Il s'agit de l'algorithme KLT (Karhunen-Loève Transform), du nom des mathématiciens qui l'ont défini en 1946. Il permet, contrairement à la FFT qui n'est performante que sur des signaux à bandes de fréquences étroites, de mettre en évidence des signaux à la fois sur des bandes de fréquences larges et sur des bandes de fréquences étroites. Signalons qu'à ce jour, aucun signal véritablement significatif n'a été retenu comme pouvant provenir d'une civilisation extraterrestre.

## L'équation de Drake

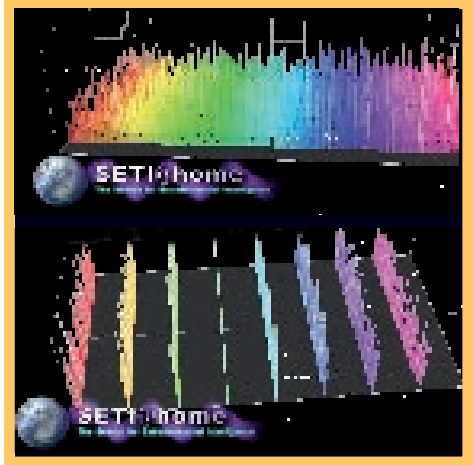
L'astronome américain Frank Drake propose comme un défi, lors d'une conférence organisée à Green Bank en 1961, une formule théorique chargée de faire réfléchir sur les possibilités de vie dans l'univers. C'est pour lui davantage un outil de discussion soulevant les problèmes à résoudre plutôt qu'une véritable *équation* mathématique. Pourtant, elle va servir, au grand étonnement de son concepteur, de référence pour les décennies qui suivront en tant que méthode statistique pour estimer le nombre de civilisations technologiques avancées de notre galaxie susceptibles de communiquer. Les plus optimistes donnent N égal à des millions, voire des milliards ! et les plus pessimistes donnent N égal à 1, une seule civilisation capable de communiquer dans la galaxie : la nôtre !

*Florence Raulin Cerceau,*

Maître de Conférences, Chercheur en Histoire de l'Exo/Astrobiologie  
Centre Alexandre Koyré- Muséum national d'Histoire naturelle, Paris

*Elisabeth Piotelat,*

Ingénieur, Représentante de la SETI League en France, Laboratoire d'Informatique pour la Mécanique et les Sciences de l'Ingénieur (LIMSICNRS), Orsay



Voici l'équation de Drake :

$$N = R^* \text{ fp } n_e \text{ fl } f_i \text{ fc } L$$

N = nombre de civilisations susceptibles de communiquer dans notre galaxie

R\* = taux de formation d'étoiles dans notre galaxie au moment de la formation du Soleil

fp = fraction d'étoiles entourées de planètes

ne = nombre de planètes par étoile susceptibles d'abriter la vie

fl = fraction de planètes de ne sur lesquelles la vie est apparue

fi = fraction de planètes de fl sur lesquelles la vie a évolué vers l'intelligence et le développement d'une civilisation

fc = fraction de planètes de fi sur lesquelles une vie intelligente a développé des moyens technologiques et cherche à communiquer vers d'autres planètes

L = durée de vie d'une telle civilisation



## Pour en savoir (un peu) plus

SETI League : <http://setileague.free.fr>

SETI@HOME : <http://setiweb.ssl.berkeley.edu/>

Forum BOINC-France : <http://forum.boincfrance.org/>

# Le temps des uns, le temps des autres

Elisabeth Busser

**Autant d'approches du temps que de domaines scientifiques, autant de conceptions du temps que de phénomènes naturels, mais où est l'unité du temps ?**

*La maîtrise de la nature passe nécessairement par la mesure du temps*

Chacun de nous vit le temps à sa façon, chaque société invente le sien propre, chaque culture s'édifie sur une conception bien à elle du temps. Les scientifiques, chacun dans son domaine, se font sur le temps des idées très différentes. Tous ont créé mille expressions différentes où figure le mot *temps*, tous nous ont offert des kilomètres de textes sur le temps. S'il est surhumain de vouloir en faire le tour, nous prendrons cependant *le temps* de repérer les ressemblances ou les différences entre le temps des scientifiques et celui de la nature.

## Le temps de la science

On n'a que peu de traces de la conception du temps dans les civilisations disparues : les seules traces parvenues jusqu'à nous sont les mythes liés au temps ou le vocabulaire employé pour décrire le temps. On retiendra de ces époques reculées que c'est la nature qui impose son rythme aux premiers groupes humains, pour qui le temps est avant tout cyclique : lever et coucher des astres, phases de la Lune. Mesurer le temps, c'est donc mesurer les rythmes

naturels. La mesure du temps s'est vite imposée, d'abord car elle rendait prévisible les phénomènes naturels. Permettant aux hommes d'être maîtres du temps, elle leur permettait aussi d'avoir le pouvoir : contrôler le temps des autres, c'est avoir barre sur eux et ce n'est pas pour rien si chaque grand tournant de l'histoire est marqué par un changement de calendrier. On comprend maintenant pourquoi la mesure du temps a été l'objet de recherches constantes au cours de l'histoire de l'humanité.

## Qu'est-ce que mesurer le temps ?

**Comment faire ?** Les inventions sont nombreuses : Egyptiens et Chaldéens utilisent des sabliers, puis des horloges hydrauliques ou clepsydres, Ptolémée construit le premier astrolabe, copie du ciel à un instant donné, on trouve sur tous les monuments des traces de cadrans solaires, les Chinois construisent même des horloges à encens. L'horloge à cadran naît au XV<sup>e</sup> siècle et ne cesse depuis de se perfectionner. Elle devient très vite portable : c'est la montre, qu'on utilise encore aujourd'hui sous des formes beaucoup plus sophistiquées. Jusqu'à l'invention de la montre à quartz, fabriquée industriellement depuis 1969, quel que soit le moyen de mesure utilisé, tous ne mesurent le temps que par des intermédiaires : mouvement dans l'espace des étoiles, quantité de liquide ou de sable déversés, donc lecture d'un niveau, longueur d'une

ombre portée, créant la confusion entre mesure de l'espace et mesure du temps. C'est d'ailleurs cette confusion entre espace et temps qui donne lieu au paradoxe de Zénon (V<sup>e</sup> siècle avant J-C.), celui d'Achille et de la tortue : si Achille part après la tortue, même si celle-ci va dix fois moins vite que lui chaque fois qu'Achille arrive à un point précédemment occupé par la tortue, celle-ci est toujours en avance, du dixième de trajet que vient de parcourir Achille. Il ne le rattrapera donc jamais puisque l'espace est divisible à l'infini... le paradoxe naît ici de l'application au continu d'un raisonnement fait pour le dénombrable.



Horloge des temps anciens © CNAM

Temps et espace sont donc indiscutablement liés. Galilée établit même en 1853 la nature de ce lien en découvrant ce qu'il croit être l'isochronisme des oscillations d'un pendule. *Chaque pendule, nous dit le savant de Pise, a le temps de sa vibration tellement défini et préfixé qu'il n'est pas possible de le*

*mouvoir sur une autre période que la seule qui lui soit naturelle.* Autrement dit, la période des oscillations du pendule ne dépend que de la longueur de la chaîne. Il suffit donc d'ajuster celle-ci pour que le pendule *batte la seconde*, et voilà un autre instrument de mesure du temps ! Galilée avait cependant juste un peu tort : cette règle ne s'applique qu'aux petits écarts avec la normale (moins de 20°) : c'est Huygens qui en 1656 va rectifier l'erreur.

Newton (1642-1727) le premier va déconnecter le temps de ses figures physiques pour en faire véritablement un concept mathématique et lui faire jouer le rôle de paramètre. Il va décrire le mouvement par des lois indépendantes des propriétés de la matière et faire pour cela appel au *temps absolu, vrai et mathématique qui est sans relation à quoi que ce soit d'extérieur et qui en lui-même et de par sa nature, coule uniformément.* C'est le temps objectif, et il n'est question que de le mesurer à l'aide d'une horloge invariable.

Toujours objectif, mais relatif, est le temps introduit par Einstein (1879-1955) qui induit, grâce à la théorie de la relativité, un changement essentiel dans la conception du temps. Le génial physicien redéfinit le temps et l'espace pour en faire le couple *espace-temps*, cet univers à quatre dimensions auquel le mathématicien Joseph Lagrange ou l'encyclopédiste d'Alembert avaient déjà songé. Le temps, pour Einstein, s'écoule moins vite à bord d'une fusée que pour un observateur lié à la Terre : il est lié à la vitesse du déplacement.

### **Le temps de la nature**

*L'eau que tu touches dans un fleuve est la dernière écoulée et la première qui arrive. Il en est ainsi du temps présent* (Léonard de Vinci)

La nature donc, en imposant à l'homme ses rythmes : mouvements des astres, cycles des jours, des saisons, des marées, de la vie, ères géologiques, est à l'origine des mesures du temps et de la création de notions multiples de temps, du temps instantané de la mécanique classique au temps dépendant de la relativité générale. La nature toutefois ne définit pas le temps, les couches sédimentaires au fond des vallées ou les strates de la section du tronc d'arbre ne sont que les traces du temps, pas le temps lui-même. Et pourtant, nous aurions envie de dire, avec Pascal Quignard, *Tout dans la nature, les oiseaux, les marées, les fleurs, les nuages, le vent, dit son temps au temps*. C'est la nature qui donne à l'homme le sentiment de la durée, grâce auquel il va pouvoir agir sur son environnement, modeler des paysages, planter et entretenir des arbres, semer et envisager la récolte, prévenir les famines en conservant les aliments ; entre la nature et l'homme, le temps est omniprésent. Tout autour de nous a affaire avec le temps : évolution des espèces, interactions dynamiques entre ces espèces, qu'elles soient animales ou végétales, ajustements climatiques au cours du temps...

Les phénomènes naturels, s'ils nous parlent tous du temps, ne le font

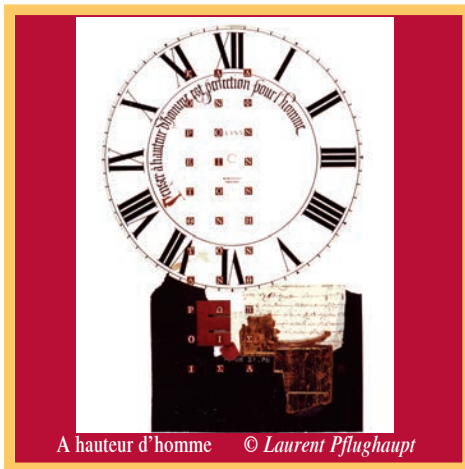
cependant pas selon la même échelle. La lenteur du mouvement des astres dans le ciel nous enseigne par exemple un temps long, par rapport auquel la durée d'une vie peut sembler très courte. Si l'échelle des mesures reste la même, l'échelle des observations diffère suivant les phénomènes considérés. On emploie certes le même vocabulaire et des unités appartenant au même système, mais les proportions ne sont pas les mêmes lorsqu'on parle de l'éloignement de la Terre au Soleil en années-lumière, de la durée des périodes de glaciation, de la période de rotation de la Terre, du déplacement des plaques tectoniques, de la durée du jour solaire, de la vitesse d'une réaction chimique ou de la durée de vibration de l'atome de césium. On s'étale là de 4, 5 milliards d'années en ce qui concerne la formation du système solaire ou 4 milliards d'années si on considère l'apparition de la vie sur la Terre à quelques nanosecondes pour la période des ondes radio et tous ces phénomènes sont pourtant traités comme si le temps était unique ! Le temps de la nature est donc subtil et les biologistes d'aujourd'hui penchent vers l'existence d'un temps propre à chaque organisation du vivant, qui serait fonction de son organisation. En 1953, le biologiste Branson définit le temps biologique d'un organisme vivant. Cet organisme reçoit en permanence une certaine quantité d'informations, et la vitesse de réaction de l'organisme en question à ces informations tend à maintenir en son sein le même degré d'organisation. L'échelle du temps biologique devrait, d'après Branson, faire en sorte que cette vitesse soit constante. On sait cependant que, lors



## Le temps des uns, le temps des autres

du vieillissement d'un système, celui-ci réagit de moins en moins vite, par rapport au temps universel, aux informations qu'il reçoit. Le temps biologique s'écoule alors de plus en plus lentement au fur et à mesure du déroulement du temps universel. Certains scientifiques vont même jusqu'à inventer pour le vivant un *autre* temps, comme nous le suggère ce texte de Francis Bailly et Giuseppe Longo dans *Schémas géométriques pour le temps biologique*.

"Nous essaierons, nous disent ces deux auteurs, de comprendre mathématiquement les rythmes et les cycles biologiques par l'ajout de *fibres* orthogonales à un temps physique qui reste une droite unidimensionnelle. [...] De notre point de vue, le vivant est un vrai *organisateur du temps* ; par son autonomie et son action, il lui donne une structure infiniment plus complexe que l'ordre algébrique des entiers naturels (le temps du calcul), mais aussi que n'importe quelle organisation que l'on puisse proposer pour le temps de la matière inerte, car le temps du vivant,



par ses rythmes propres, s'articule intimement avec celui de la physique, tout en gardant son autonomie".

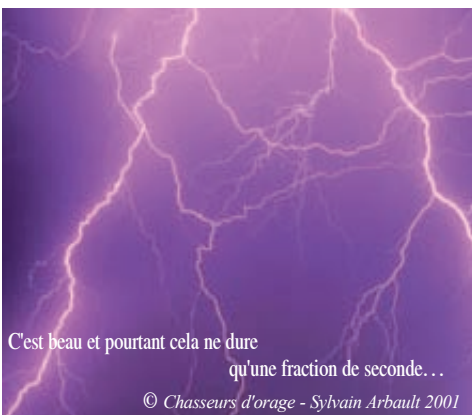
Pour l'homme, donc, le temps est à la fois permanence et changement, il est *toujours double* : il s'écoule et recommence selon le mot de Jacques Attali. Nous en prenons conscience, avec notre subjectivité, par la mesure de ses effets qui, eux, sont objectifs. Qu'il s'agisse du temps de la science ou de celui de la nature, il nous est à tous toujours aussi précieux car, pour reprendre encore une fois J. Attali, *Le temps est le seul bien le plus rare parce que c'est le seul bien qu'on ne puisse ni produire, ni donner; ni échanger; ni vendre.*

Elisabeth Busser

### Pour en savoir (un peu) plus

Le temps - Bibliothèque Tangente HS n°27

[www.arts-et-metiers.net/](http://www.arts-et-metiers.net/)



C'est beau et pourtant cela ne dure  
qu'une fraction de seconde. . .

© Chasseurs d'orage - Sylvain Arbault 2001

# La lumière

Céline LORY

**u'est-ce que la lumière ? Quelle est sa nature ? Depuis l'antiquité, philosophes, mathématiciens, astronomes et physiciens se sont interrogés pour tenter d'expliquer les phénomènes naturels observés.**

Considérée au départ comme des rayons (lumineux), la lumière a ensuite fait l'objet d'une première controverse qui a opposé, pendant deux siècles et demi, les partisans de la théorie ondulatoire, pour qui elle était une vibration qui se propage (onde), à ceux de la théorie corpusculaire, pour qui elle était un flot de particules (photons). Dans notre civilisation, très imprégnée du mode de raisonnement de René Descartes, un phénomène observé, pour être expliqué, doit se référer, par analogie, à un autre phénomène interprété ou à des concepts établis. Pour ces raisons, un fait en exclu souvent un autre, comme les notions d'ondes et de particules qui ne pouvaient coexister. Du XVI<sup>e</sup> au XX<sup>e</sup> siècle, un grand nombre d'expériences montre pourtant, que, selon son interaction avec la matière, la lumière nous apparaît sous ces deux formes. Née au début du XX<sup>e</sup> siècle, la physique quantique va concilier les deux hypothèses et introduire la notion de dualité *ondes - particules*.

La vitesse de la lumière a, elle aussi, été controversée. Pour certains, la lumière se déplaçait instantanément (vitesse infinie), pour d'autres, sa vitesse avait

une valeur finie. En 1850, l'expérience décisive de Fizeau et Foucault permit de mesurer sa vitesse dans le vide : 300 000 km par seconde.

Ces représentations, phénomènes observés et grandeurs liées à la lumière se sont appuyés sur des outils mathématiques permettant de les comprendre, de les expliquer, de les mesurer ou de les prédire. Voici quelques notions, telles que la vision des couleurs, la réflexion, la réfraction, le comportement ondulatoire de la lumière, la diffraction ou encore la polarisation, racontées de façon mathématique.

## **La vision des couleurs : des additions, des soustractions**

Le rouge, le vert et le bleu sont les 3 couleurs primaires de la lumière. Toutes les couleurs sont formées en les mélangeant dans différentes proportions (exemple, les pixels sur les écrans de télévision).

L'addition des sources lumineuses revient à éclaircir de plus en plus le rendu de la couleur finale pour tendre vers le blanc (mélange de toutes les couleurs visibles).



## La lumière

Le cyan, le magenta et le rouge sont les trois couleurs primaires de la matière (peinture, par exemple). Toutes les couleurs sont formées en les mélangeant selon différentes proportions.

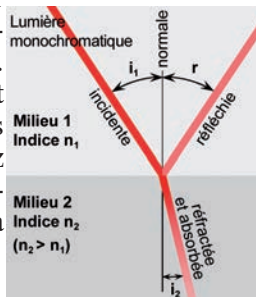
Le mélange de matières colorées comme l'addition de filtres ou de peinture, revient à soustraire ou absorber de plus en plus la lumière ré-émise par ces matières (sources secondaires) pour tendre vers le noir (absence de lumière).



### Optique géométrique et angles

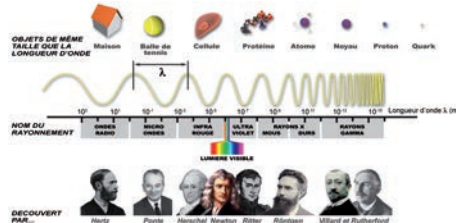
Lorsqu'un rayonnement arrive sur une surface de séparation entre deux milieux homogènes différents, par exemple l'air et l'eau, une partie de la lumière est réfléchie dans le milieu dont elle provient (réflexion), l'autre partie est absorbée et déviée (réfraction) dans le milieu où elle pénètre. Les rayons réfléchis et réfractés restent dans le même plan d'incidence.

Un miroir réfléchit quasiment la totalité de la lumière reçue (réflexion totale). Les verres de nos lunettes utilisent la réfraction pour corriger les défauts de l'œil. Mettez également un bâton dans l'eau, vous verrez encore une manifestation de la réfraction.



## Optique ondulatoire et fonctions sinusoïdales

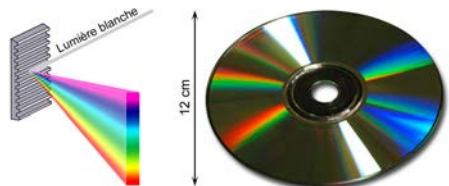
Presque trois siècles ont été nécessaires pour découvrir l'ensemble du rayonnement électromagnétique.



Scientifiques ayant participé à la découverte des ondes électromagnétiques (©epsim)

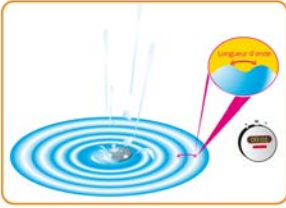
Il a fallu inventer des instruments et des détecteurs ultra-sensibles afin de capter les lumières invisibles et de voir leurs effets. La lumière est devenue un outil d'exploration extrêmement puissant.

Notre œil ne perçoit qu'une infime partie du spectre : le domaine du visible. Nous pouvons apprécier les différentes couleurs qui composent la lumière blanche, au cours de sa décomposition par des gouttelettes d'eau, dans le cas d'un arc-en-ciel, ou par réflexion sur un CD.



Réseaux de diffraction dans le domaine visible (fonctionnement en réflexion)

Dans la théorie ondulatoire de la lumière, on peut utiliser l'image d'une onde qui se déplace à la surface de l'eau autour de l'impact d'un caillou. Le profil de la surface de l'eau est une fonction sinusoïdale. La longueur d'onde  $\lambda$ , est la distance qui sépare les sommets de deux vaguelettes successives. Elle s'exprime en mètre. La fréquence  $\nu$ , est le nombre de sommets qui passent en 1 seconde en un endroit précis de la surface de l'eau. Elle se mesure en Hertz.



La longueur d'onde  $\lambda$ , est la distance qui sépare les sommets de deux vaguelettes successives. Elle s'exprime en mètre. La fréquence  $\nu$ , est le nombre de sommets qui passent en 1 seconde en un endroit précis de la surface de l'eau. Elle se mesure en Hertz.

A chaque couleur, correspond donc une longueur d'onde, ce qu'a mis en évidence Thomas Young en 1801.

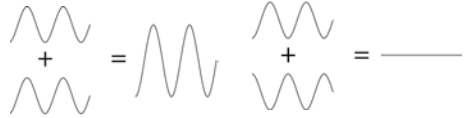
Dans la théorie corpusculaire, l'énergie associée à chaque photon ( particule dite *quantique*) est directement liée à la longueur d'onde (ou à la fréquence) de l'onde électromagnétique par la relation :

$$E = h \cdot \nu \text{ ou encore : } E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

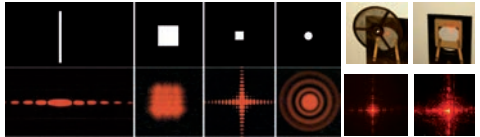
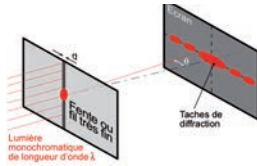
où  $h$  est la constante de Planck et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide.

Si Einstein est bien l'inventeur du concept du photon, ce n'est qu'en 1926 que Lewis introduisit son nom.

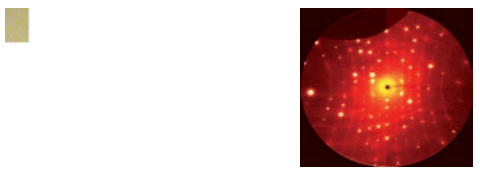
Principe d'interférences entre 2 ondes monochromatiques



Chaque point du bord éclairé de la fente peut être considéré comme une source secondaire. Les ondes émises par chacune des sources, interfèrent entre elles pour former des figures de diffraction.

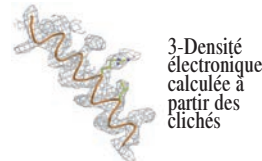


Des relations mathématiques (transformées de Fourier) permettent, à partir de l'objet (ci-dessus fente, trous carrés ou rond, filtre à café, ruban), de déterminer la figure de diffraction. Les transformées de Fourier inverses, quant à elles, permettent de connaître la structure d'un objet à partir de sa figure de diffraction.

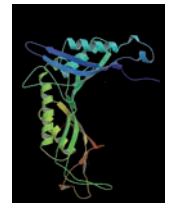


1-Cristal de protéine soumis aux Rayons X

2-Cliché de diffraction



3-Densité électronique calculée à partir des clichés



4-Structure 3D de la protéine

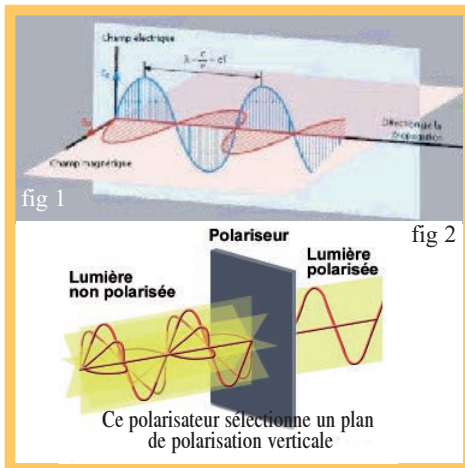
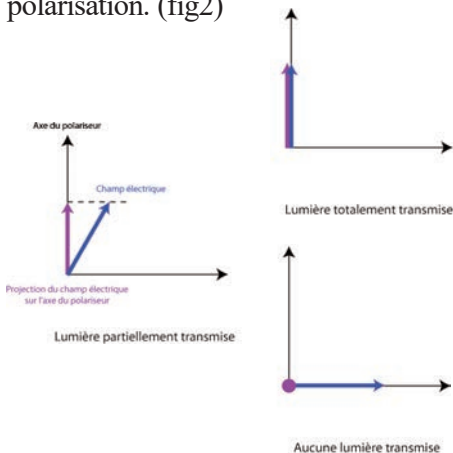
Reconstitution en 3D d'une protéine (enzyme urate oxydase) à partir des images de diffraction des rayons X.

## Polarisation et projection

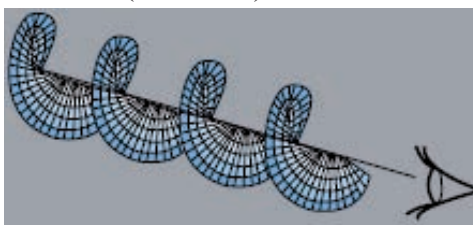
Depuis les travaux théoriques de Maxwell et les expériences de Hertz, à la fin du XIXe siècle, la lumière est décrite comme une onde électromagnétique, combinaison d'un champ électrique et d'un champ magnétique qui vibrent en phase et se propagent ensemble dans l'espace.

Le champ électrique et le champ magnétique étant toujours perpendiculaires l'un à l'autre et à la direction de propagation, on ne représente généralement que le champ électrique (fig1, en bleu).

Des matériaux particuliers (polariseurs), peuvent privilégier une direction de vibration. Si le champ électrique d'une lumière vibre toujours sur un même axe, la lumière est dite polarisée linéairement ou rectilignement (ici verticalement). Le plan, ainsi formé par le champ électrique et la direction de propagation, est appelé plan de polarisation. (fig2)



La lumière peut être également polarisée circulairement droite ou gauche, onde avançant à l'image d'un tire-bouchon. (ci-dessous)



Certaines molécules, dépourvues d'éléments de symétrie, font tourner le plan de polarisation de la lumière lorsque celle-ci est polarisée rectilignement. Elles peuvent également absorber différemment une lumière polarisée circulairement gauche ou droite (dichroïsme circulaire). Les verres polarisés, ou polariseurs, permettent d'observer les contraintes mécaniques exercées sur un matériau au cours de sa fabrication ou de son utilisation parmi d'autres applications.

Céline LORY  
Synchrotron SOLEIL

Pour en savoir plus :

[www.synchrotron-soleil.fr](http://www.synchrotron-soleil.fr)

# Quelle forme pour l'univers ?

Roland Lehoucq

**Quelle est l'étendue de l'univers ?**

**Est-il fini ou infini ?**

**A-t-il une forme ?**

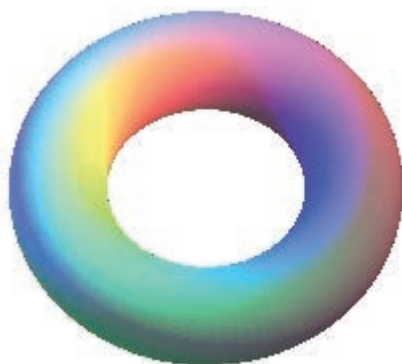
Cela fait moins de cent ans les scientifiques tentent de répondre à ces questions qui hantent l'esprit humain depuis des dizaines de siècles. Toutes les tentatives visant à élucider ces énigmes se heurtent à un fait incontournable : s'il est possible d'apprécier la forme d'une planète ou d'une galaxie car nous pouvons les observer de l'extérieur, celle de l'univers nous semble inaccessible car nous ne le percevons que de l'intérieur. Cette situation s'est déjà produite dans le passé. Notre voisinage terrestre nous apparaît plan, limité par un horizon, et longtemps l'humanité a crû évoluer sur une Terre plate et limitée par un bord. Pourtant on a pu montrer que la Terre était sphérique bien avant de pouvoir la voir de l'extérieur, depuis l'espace.



Galaxie Messier 83 © ESO

**Que dire de la forme et de l'extension de l'univers ?**

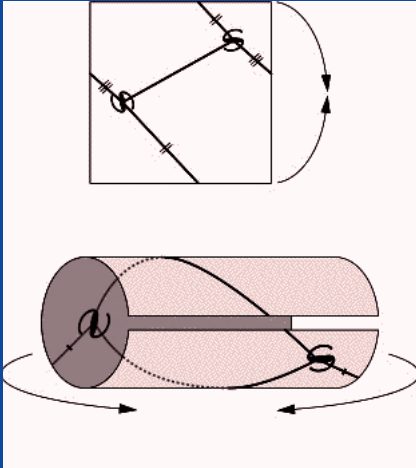
Les savants furent longtemps partagés entre deux termes qui posaient problème : soit l'univers est fini et limité par un bord, mais l'idée d'un bord répugne, car, dira-t-on toujours, qu'y a-t-il derrière le bord ? , soit l'univers est infini, mais alors comment le concevoir ? Pourtant les mathématiciens avaient déjà étudié des surfaces à la fois finies et dépourvues de bord : la sphère en est un exemple. Pour en construire une autre, découpez un long rectangle dans une feuille de caoutchouc. En collant l'un contre l'autre ses deux grands côtés vous obtiendrez un tuyau cylindrique terminé à chaque extrémité par une circonférence formée par le petit côté du rectangle. En collant l'une contre l'autre ces deux circonférences vous voilà avec une sorte de chambre à air de bicyclette, un tore disent les mathématiciens. Une fourmi qui s'y déplace n'est nullement limitée dans ses mouvements. Et pourtant, le



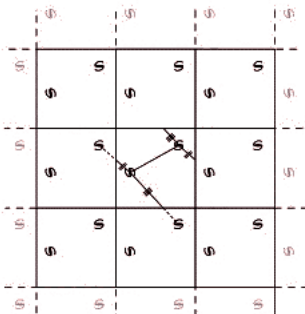
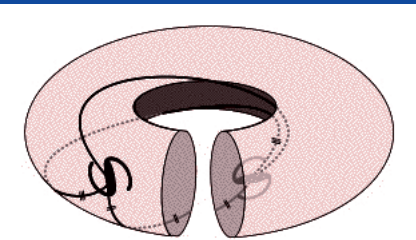
Tore © [www.mathcurve.com/](http://www.mathcurve.com/)

## Quelle forme pour l'univers ?

domaine qui lui est accessible est d'aire finie, égale à celle du rectangle initial, et ne possède pas de bords.



opérations à mener pour réaliser un univers bidimensionnel torique.



ainsi que l'illusion qu'aurait un habitant tout plat d'un univers bidimensionnel torique

Remarquons que ces opérations de collage et de déformation élastique reviennent à déclarer identiques deux côtés opposés du rectangle. Cela revient à dire qu'une fourmi se déplaçant à la surface du rectangle et atteignant l'un de ses côtés ne sort pas du rectangle, elle y entre par le côté opposé. Il lui est alors impossible de quitter la surface délimitée par les côtés du rectangle.

Il est clair que si la taille de l'univers observable est gigantesque, il est difficile de reconnaître si les lignes que nous appelons droites ne sont pas en réalité des courbes immenses se refermant sur elles-mêmes. Cette idée n'est pas plus paradoxale que ne pouvait l'être pour un homme primitif l'idée qu'en marchant constamment droit devant lui, vers l'est, il finira par retrouver son point de départ, où il arrivera en venant de l'ouest. L'univers pourrait donc se refermer sur lui-même, être fini et sans bord.

Comment la fourmi peut-elle se rendre compte de l'étrangeté de son espace vital sans en quitter la surface ?

En marchant ! Elle repère un point de départ, s'en éloigne et cherche tous les chemins qui y reviennent. Elle peut commencer par avancer dans une direction quelconque avant de rebrousser chemin en faisant un boucle ; c'est le classique *demi-tour*. Mais il existe deux directions remarquables qui la ramèneront à son point de départ. Notre fourmi peut décrire une petite circonférence du tore, c'est-à-dire parcourir en allant toujours tout droit une distance égale à l'un des petits côtés du rectangle. Elle peut aussi décrire une grande circonférence, égale à l'un des grands côtés du rectangle. On peut démontrer que tous les autres chemins qui ramènent la

## Quelle forme pour l'univers ?

fourmi à son départ se construisent à partir de ces deux-là, en parcourant un certain nombre de petites circonférences et un certain nombre de grandes, dans un sens ou dans l'autre. Une fois ce travail réalisé, la fourmi sait qu'elle n'évolue pas sur un plan infini car dans ce cas il n'y aurait qu'une seule façon de revenir au point de départ : en suivant le classique chemin en boucle.

### Que faire si les distances à parcourir sont trop grandes ?

La fourmi va utiliser la lumière en guise de chaîne d'arpenteur. La lumière d'une source placée à la surface du tore doit épouser celle-ci et plusieurs chemins lui permette d'atteindre la fourmi. Un rayon peut atteindre la fourmi en suivant le chemin le plus court mais aussi, partant dans la direction opposée, en faisant un tour complet du tore. Il peut aussi s'enrouler un certain nombre de fois autour de la petite circonférence et un certain nombre de fois autour de la grande. Comme dans un pièce remplie de miroirs, il est aisé de comprendre que cette multiplicité de chemins se traduit par une multiplicité des images observées par notre fourmi.

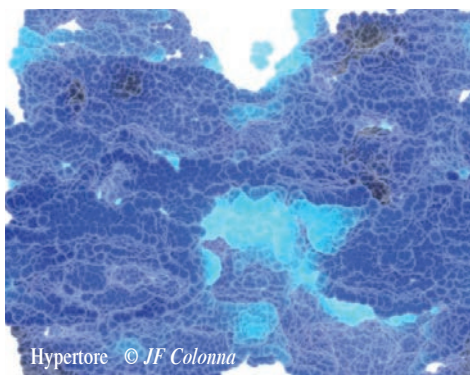
### Quelle est la conclusion de notre fourmi ?

Une unique hypothèse lui permet d'expliquer toutes ses observations : son espace vital est un plan infini recouvert de rectangles aux contenus identiques, jointifs deux à deux et se déduisant les uns des autres par translation. Quand notre fourmi, se déplaçant en ligne droite, boucle un tour du tore tout se

passer comme si elle atteignait le point situé dans un rectangle voisin. De son point de vue, les multiples sources lumineuses observées ne sont pas les images d'une unique source ; elles sont bien réelles, régulièrement placées à l'intérieur de chaque rectangle. La structure particulière de son espace réel donne ainsi à la fourmi l'illusion de vivre dans un espace infini. Non seulement il n'est pas contradictoire pour un espace d'être fini et sans bords, mais il donne à ses habitants l'illusion d'être infini.

### Existe-t-il des espaces à trois dimensions finis et sans bords ?

Bien sûr ! Il suffit de généraliser le procédé de construction du tore en remplaçant le rectangle plan initial par un parallélépipède rectangle dont les faces opposées sont collées deux à deux. Pour *voir* le collage des faces équivalentes l'une contre l'autre il faudrait l'effectuer dans un espace à quatre dimensions, inaccessible à nos sens. Alors, la construction qui consiste à identifier mentalement les paires de faces opposées prend tout son intérêt. Le volume obtenu est un *hypertore* qui, comme le tore, donnerait l'illusion à ses habitants de vivre dans un espace infini

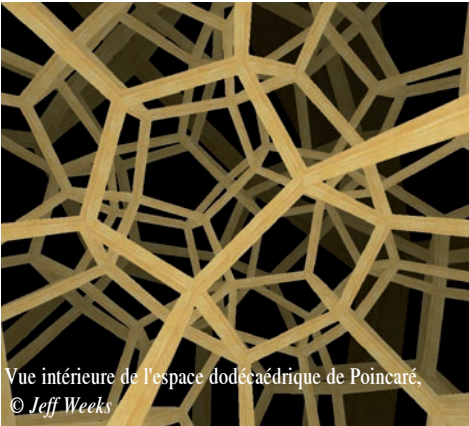


Hypertore © JF Colonna



## Quelle forme pour l'univers ?

qu'ils pourraient se représenter comme un réseau de parallélépipèdes identiques, parfaitement jointifs et copies les uns des autres. L'espace présente ainsi une structure triplement périodique puisqu'il existe trois directions particulières, telles qu'en nous déplaçant en ligne droite selon l'une d'elles, nous trouverons, après avoir parcouru une longueur déterminée, une région de l'espace rigoureusement identique à celle d'où nous sommes partis. Sous

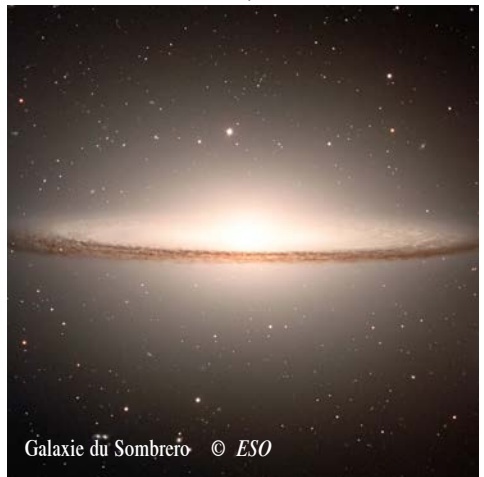


cette forme, l'hypothèse paraît étrange et presque absurde ; elle l'est peut-être moins si l'on admet qu'en réalité, ce n'est pas en un lieu identique que l'on arrive, mais exactement au lieu de départ, c'est-à-dire que la périodicité est du même type que celle constatée par notre fourmi en promenade sur un tore et non celle que constaterait la même fourmi en se déplaçant sur un vaste mur couvert de motifs se répétant périodiquement. Comme pour le tore la lumière émise par une source peut aussi emprunter plusieurs chemins pour nous atteindre.

Une même galaxie sera donc vue de multiple fois dans différentes directions du ciel. Chaque galaxie de notre univers ayant un grand nombre d'images, notre ciel nous apparaîtra peuplé d'une myriade de galaxies, fantômes issus d'une poignée de galaxies réelles.

## Et que dire de notre univers ?

L'une des plus grandes découvertes du XX<sup>e</sup> siècle se résume en une seule phrase : l'univers a une histoire. Il y a 13,7 milliards d'années, il était extrêmement homogène, dense et chaud. Depuis, il est soumis à une expansion et le lieu de la formation progressive des structures cosmiques, galaxies et amas de galaxies. Le principal vecteur de l'information que nous recevons du ciel est la lumière, qui se déplace à la fabuleuse vitesse de 300 000 km/s. Fabuleuse, mais finie ! Ainsi, plus nous regardons loin plus la lumière a mis de temps pour nous parvenir et plus nous regardons dans le passé. Tout comme les marins, nous sommes limités par un horizon et quand les astrophysiciens parlent d'*univers* ils pensent d'abord à l'*univers observable*, accessible à leurs



## Quelle forme pour l'univers ?

instruments, dont la taille est limitée par la distance parcourue par la lumière depuis sa naissance. Ils pensent aussi aux *univers modèles*, issus de leurs calculs mathématiques, qui doivent donner une description correcte de la zone limitée qui nous est directement accessible ; c'est même le critère que doit impérativement satisfaire un modèle pour être acceptable. Dans la plupart des modèles cosmologiques, l'univers *réel*, assimilé au modèle, est plus vaste que l'univers observable. Cela semble d'ailleurs logique puisque la physique se fonde sur l'idée que le monde *observable* est une partie, une projection, du monde *réel* imaginé comme beaucoup plus vaste. Les astrophysiciens adoptent le même parti et considèrent communément que l'univers réel, imaginé à partir d'un modèle qui ne décrit correctement que l'univers observable, est forcément plus vaste que ce dernier, voire infini. Mais nous avons vu qu'un être hypothétique évoluant à la surface d'un tore a l'illusion de vivre à la surface d'un plan infini puisque aucun bord, aucune limite, ne vient entraver ses déplacements. Il en conclurait certainement que son univers observable est infini alors que son univers réel est fini.

Spectaculaire renversement de situation. Il faut donc abandonner nos préjugés en cosmologie et tenir compte des univers modèles, aux formes étranges pour notre intuition commune, où c'est, au contraire, l'univers observable qui est plus grand que l'univers réel.



Galaxie Ngc1559 © crédit ESO

### Alors, l'univers est-il fini ?

Aujourd'hui, la réponse peut paraître décevante : aussi loin qu'ils puissent voir, les astrophysiciens n'ont pas encore détecté de signes certains de sa finitude. Cela ne signifie pas forcément que l'univers est infini mais seulement qu'il est plus grand que la taille de notre horizon, soit environ 46 milliards d'années-lumière. Sachez toutefois que s'il est théoriquement possible de prouver la finitude de l'univers, son infinitude restera, elle, à jamais indémontrable.

*Roland Lehoucq*

Astrophysicien au CEA - Saclay

### Pour en savoir (un peu) plus

*Roland Lehoucq*, *l'Univers a-t-il une forme ?*, Flammarion

*Jean Pierre Luminet*, *l'Univers chiffonné*, Editions Fayard

Note

Pour explorer des espaces aux topologies variées allez consulter l'excellent site de Jeffrey Weeks

<http://www.geometrygames.org/CurvedSpaces/>



# CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

www.cnrs.fr



## Le CNRS aujourd'hui et demain

Doté d'une longue expérience, le CNRS est aujourd'hui un organisme de recherche de référence en Europe et dans le monde. Il a pour mission première l'accroissement des connaissances, en s'appuyant sur toutes les disciplines et sur sa capacité à fédérer leurs compétences.



## Le CNRS, une pépinière de talents

Avec quinze lauréats du prix Nobel, neuf de la médaille Fields (la plus haute distinction internationale en mathématiques) et un du prix Alan Turing (équivalent du prix Nobel en informatique), le CNRS a une longue tradition d'excellence.

## Les chiffres clés



26 000 personnels statutaires

(11 600 chercheurs et 14 400 ingénieurs, techniciens et personnels administratifs) et environ 6 500 non permanents (doctorants, post-doctorants, chercheurs associés, contrats de courte durée, boursiers...).

1 200 laboratoires répartis sur le territoire national.

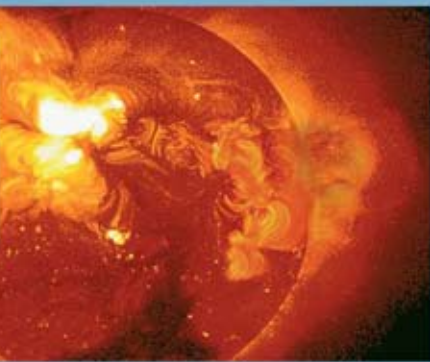
25 000 publications par an, dont plus de la moitié est cosignée avec au moins un laboratoire étranger.

Le CNRS figure parmi les dix premiers déposants de brevets de l'Hexagone.



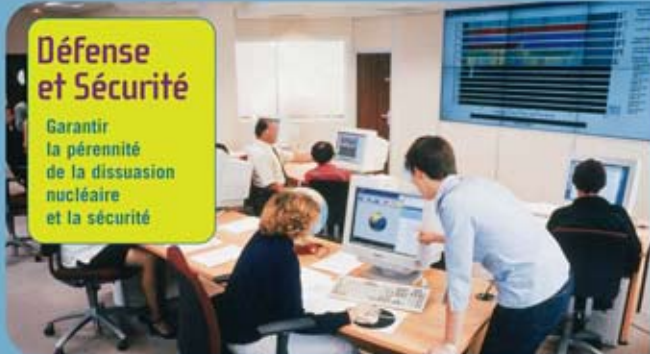
## Énergie

Disposer d'énergies plus compétitives, non émettrices de gaz à effet de serre et respectueuses de l'environnement



## Défense et Sécurité

Garantir la pérennité de la dissuasion nucléaire et la sécurité



## Technologies pour l'information et la santé

Valoriser l'industrie grâce à la recherche technologique



## Recherche fondamentale

S'appuyer sur une recherche fondamentale d'excellence pour développer les programmes de recherche technologique

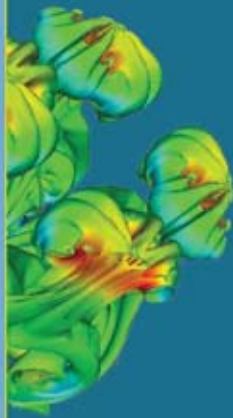


# Le CEA un acteur clef de la recherche technologique en Europe

Acteur majeur en matière de recherche, de développement et d'innovation, le Commissariat à l'énergie atomique intervient dans trois grands domaines : l'énergie, la défense et les technologies pour l'information et la santé, en s'appuyant sur une recherche fondamentale d'excellence.

Fort de ses 15 000 chercheurs et collaborateurs, aux compétences internationalement reconnues, il constitue une force de proposition pour les pouvoirs publics. Acteur moteur de l'innovation industrielle, le CEA développe des partenariats avec les industriels français et européens. Il est également garant de la pérennité de la dissuasion nucléaire.

Reconnu comme un expert dans ses domaines de compétences, le CEA est pleinement inséré dans l'Espace européen de la recherche avec une présence croissante au niveau international.



cea

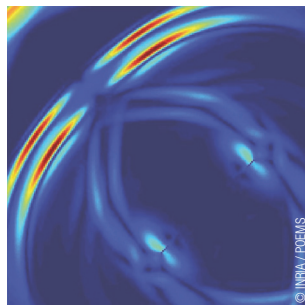
www.cea.fr

**L'** institut national de recherche en informatique et en automatique (INRIA) est le seul institut public français entièrement dédié à la recherche en sciences et technologies de l'information et de la communication (STIC).



**Modéliser**  
**Programmer**  
**Communiquer**  
**Interagir**

**Ingénierie numérique**  
**Sciences numériques**  
**Médecine numérique**



[www.inria.fr](http://www.inria.fr)

INSTITUT NATIONAL  
DE RECHERCHE  
EN INFORMATIQUE  
ET EN AUTOMATIQUE

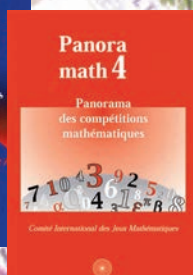
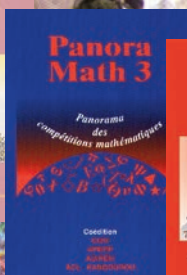
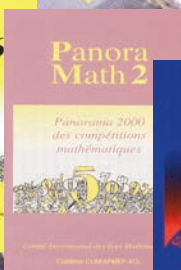
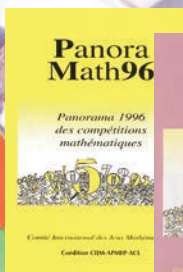




Le **CIJM** est une association créée en 1993 par des professeurs de mathématiques désireux de proposer une autre réflexion sur leur discipline.

Le **CIJM** met à la disposition de tous ses membres son savoir faire dans le domaine des jeux mathématiques et sa base d'informations pratiques.

Le **CIJM** édite *Panoramath*, annales corrigées de ses compétitions



Panorama math 4

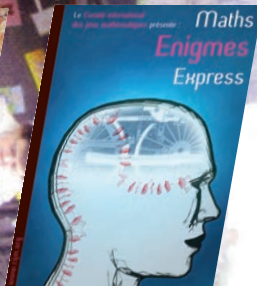
Panorama des compétitions mathématiques



Centre International des Jeux Mathématiques

Le **CIJM** édite expositions, jeux et brochures.

Didier Mathieu Mulot



Le **CIJM** fédère plus de trente compétitions intéressant ainsi plusieurs millions de personnes tant en France qu' à l'étranger. Toutes unissent leurs énergies pour proposer des activités mathématiques vivantes et créatives.

Le **CIJM** organise tous les ans une grande manifestation ouverte au public : **le salon de la culture et des jeux mathématiques**, début juin à Paris, lieu de rencontre de nombreux pays et espace privilégié de vulgarisation et de promotion de la culture mathématique.

Le **CIJM** est une plateforme internationale de réflexion et d'échanges sur une pratique dynamique des mathématiques. Il propose à tous une approche nouvelle de la culture scientifique.

[www.cijm.org](http://www.cijm.org)

## *Grâce au soutien*

du CNRS, du CEA, de l'INRIA, de la SMF  
et de la Fondation Sciences Mathématiques de Paris

## *Sous la direction de*

Marie José Pestel  
Comité International des Jeux Mathématiques

## *Cette brochure a réuni les signatures de*

Jean-Pierre Kahane  
Jean-Claude Boulliard  
Olivier Villain  
Bernard Capelle  
Sebastien Descotes-Genon  
Marie-Noëlle Houssais  
Ifremer  
Marie Farge et Marie José Pestel  
Françoise Montigny-Rannou  
Philippe de Reffye, Marc Jaeger et Paul Henry Cournède  
Jean-Louis Dufresne  
Driss Boularas et Daniel Petit  
Jean-Jacques Dupas  
François Raulin et Eric Hébrard  
Florence Raulin-Cerceau et Elisabeth Piotelat  
Elisabeth Busser  
Céline Lory  
Roland Lehoucq

Qu'ils soient ici tous remerciés pour avoir eu, au milieu de leur emploi du temps surchargé, la patience et la gentillesse de s'être livrés au jeu de l'écriture.

## *Illustrations de couverture*

Elsa Godet - [www.sciencegraphique.com](http://www.sciencegraphique.com)

## *Réalisation*

Patrick Arrivetz

**CIJM**

8 rue Bouilloux-Lafont 75015 Paris  
tél : 01 40 37 08 95 [www.cijm.org](http://www.cijm.org)

